第９話　回転量と曲げモーメントの正負

前回は少し難しい話をしたので、今回は易しいお話をする。モーメントや回転角など、その正負が時々間違っている人がいる。また、偶力である**断面力**（**合応力**あるいは単に**応力**と呼ぶ場合もある）の正負もはっきりしない。曲げモーメント図を逆に書く人もいる。それはテキストによって座標軸がバラバラで、ひどいときは全く表示されていない。モーメント荷重や変位方向が逆に表示される場合もあり、読者は混乱する。

平面的に配置された骨組でも、座標系を常に3次元として捉える必要がある。座標系の違いによって、回転角やモーメントの方向が逆になってしまい、混乱をきたしてしまう。特に、コンピュータによる応力解析では、常に座標系を意識して解析モデルを作らないと、曲げモーメントなどの符号が逆になり、結果が理解できない。

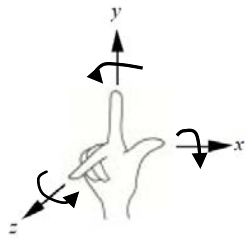
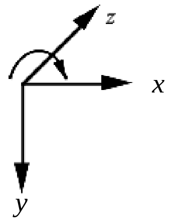


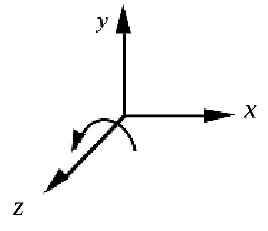
図１ 座標系　右手右ねじの法則

一般的に、構造力学では、図1に示す**右手右ネジの法則**を用いる。右手系は、右手の親指がx軸、人差し指がy軸、中指がz軸とすると、各々、その指が示す方向が座標系の正方向となる。荷重や反力の方向、変位の方向の正負もこの座標軸の方向が正となる。この座標軸方向は理解し易く、間違えることはない。混乱するのは回転方向の正負であり、平面骨組でもモーメントの荷重や反力の正負を理解できていない人がいる。

まず、右ネジの法則の定義を見ていこう。右ネジの法則とは、回転方向の正負を決める法則であり、$x-y$面で正の回転方向は、z軸の正方向に向かって右手でネジを回転し易い方向となる。つまり、図1に示す各方向の正回転は、その座標軸の正方向に向かって、右手でネジを回転し易い方向である。後は、この右手右ねじの法則を常に意識すれば良い。特に、平面骨組でもこの3次元の座標系を、常に頭に入れておこう



(a)時計回りが正



(b)反時計回りが正

図２梁内の$x-y$座標系と回転の正方向

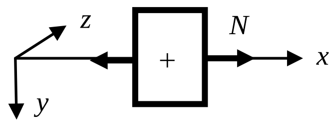
梁理論の説明で$x-y$面を用いているか、$x-z$面を用いているかをまず確認する。例えば$x-y$面でx方向に部材の図芯がある場合について考える。部材はx軸上に置くのが通例である。座標系として図2(a)に示すようにy軸正方向が下の場合と、同図(b)のように上の場合の両座標系がある。鉛直荷重は下方向に書くので、座標系は図(a)の場合が多い。座標系は共に右手系であり、z軸の正方向は図(a)ではテキストの裏側に、図(b)では読者の方向にと全く逆となる。そのため、正の回転方向は、読者側からテキストを見ると、同図(a)では時計回り、図(b)では反時計回りが正となる。同様に、平面骨組では使用する面が$x-y$面か$x-z$面か、あるいは面内の座標軸の正方向が右か左か、また上か下かによっ

て、回転正方向が異なり、読者を混乱させる。常に、解析モデルの作成や計算結果を分析する際、常に右手右ねじの法則を思い出し、回転方向の正負を確認しよう。

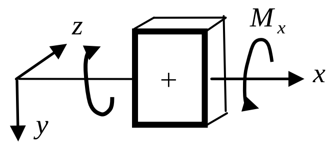
せん断力や曲げモーメントなど、断面力の正負もさらに混乱させる。断面力は図3のように偶力であり、互いの方向が重要である。立体骨組における断面力は6つ、(軸力N、せん断力Q_y、せん断力Q_z)と(振じりモーメントM_x、曲げモーメントM_y、曲げモーメントM_z)であり、前者3つが力の単位、後者3つがモーメントの単位を持つ。記号の下添え字は、その力やモーメントが働く面に垂直の軸を表す。例えば、同図(c)の曲げモーメントM_yは、y軸を中心に$x-z$面にモーメントが働く。

軸力と振りモーメントの正負による応力状態は良く理解できる。軸力は図(a)のように外側の軸力がx軸の正方向にあるとき正であり、断面は引張状態となる。つまり､引張軸力のとき正であるとしている。また、振りモーメントも図(b)のように外側の端部にx軸の正回転方向に振りモーメントがある場合、正とする。

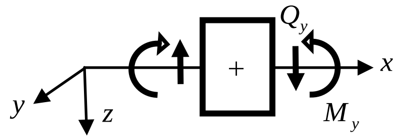
曲げモーメント図は断面の引張側に図を描くという重要なルールがある。例えば、図3(c)では図の下側に曲げモーメント図を描く。また、曲げモーメント図には一般的に正負を記入しない。従って、逆方向を正と定義しても良い。ただし、先の重要なルールは守る必要がある。技術者は曲げモーメント図から断面内の応力状態を推定する。このルールがあるからであり、描くときは絶対に間違ってはならない。



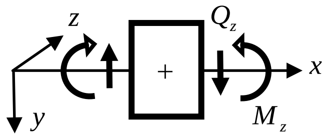
(a)軸力 N



(b) 振りモーメントM_x



(c)曲げモーメントM_y



(d)曲げモーメントM_z

図 3 断面力の正方向

せん断力と曲げモーメントの間には、次の力の釣り合いがある。図4を参考に$x-y$面におけるモーメントの釣合を考える。微小部分の中心位置を回転中心とすると、荷重は自己釣合の状態であるため考慮しなくても良い。荷重を除いた各断面力によるモーメントの釣合は次式となる。

$$M_z-(M_z+dM_z)+Q_z\frac{dx}{2}+(Q_z+dQ_z)\frac{dx}{2}=0$$

上式を整理すると共に、二次の微小項である$dQdx$を無視し、微小長さdxで割ると、曲げモーメントとせん断力の関係$dM_z/dx=Q_z$が得られる。

$x-y$面における断面力の釣り合いから、同様に曲げモーメントとせん断力の関係がある。両面における釣り合いを整理すると、次式が得られる。

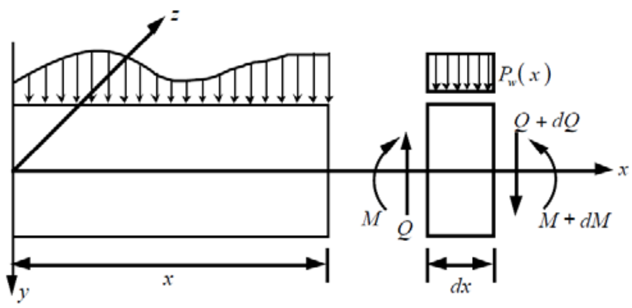


図 4 断面力による力の釣合

$$\frac{dM_y}{dx}=Q_y;\quad \frac{dM_z}{dx}=Q_z$$

上の断面力間の釣合は、図3(c)と(d)で定義した曲げモーメントとせん断力であり、他の定義ではせん断力に負符号が付く場合がある。