



## 第7話 移動する中立軸

以前、図芯と中立軸を混乱している学生が多いという話をした。図芯軸は断面の重心を材軸に沿って伸ばした軸であり、部材に固定している。一方、中立軸は、梁が曲げられるとき、断面内に圧縮領域と引張領域が生じるが、その境界つまり応力が零の位置を材軸方向に伸ばした軸である。軸力を受けない純曲げの状態では、図 1(a)に示されるように図芯軸と中立軸が一致するため、混乱の元となる。

ここではまず、徐々に圧縮軸力を増加させ、中立軸がどのように移動するかを考える。同図(a)では、圧縮力がないため、図芯と同じ位置となり、鉛直荷重が変化しても中立軸位置は移動しない。図(b)のように少し圧縮力が加えられると中立軸は移動し、赤線のように下がる。さらに圧縮力が大きくなると、図(c)に示すように部材全体で断面内には引張領域がなくなり、中立軸は断面外へ移動する。このように軸力の大きさが変化することで、中立軸位置は移動する。その移動量は、曲げモーメントと軸力の比  $e = M/N$  によって決まる。この比  $e$  は偏心量  $z'$  に等しく、図 2 の図芯から離れた位置  $z'$  に軸力  $P = N$  が加わるとき、断面に生じる曲げモーメント  $M$  と軸力  $N$  に等価となる。

次に、断面内に引張領域がなく、全て圧縮となる状況を調べてみよう。圧縮軸力と曲げモーメントが同時に断面に生じるとき、応力分布は一様圧縮と曲げ応力の和となる。その際、圧縮力の作用点が断面のある領域内にあれば、断面内には引張応力を生じない。この領域を断面の核という。この断面の核を求め、曲げモーメントと軸力の比が核内か否かを調べることで、引張領域の有無が分かることになる。

断面の核を求めてみよう。図 2 に示す圧縮力  $P$  が図芯を通らないと、断面内に曲げモーメントを生じる。図芯と軸力作用点までの距離を偏心  $(y', z')$  とすると、断面内に生じる軸力と 2 軸の曲げモーメントは

$$N = -P; \quad M_y = -Pz'; \quad M_z = Py'$$

となり、断面内の応力は次式となる。

$$\sigma_x(Y, Z) = -\frac{P}{A} \left( 1 + \frac{Ay'}{I_z} Y + \frac{Az'}{I_y} Z \right)$$

ここで、断面内の任意点  $(Y, Z)$  で、応力  $\sigma_x$  が引張とならない領域が核であり、偏心位置は  $z' = -M_y / P$ ;  $y' = M_z / P$  で与えられる。

具体的な例で断面の核を求めてみよう。幅  $b$  でせい  $D$  の長方形断面についてその核を求める。荷重  $P$  が第 1 象限にあるとすると、応力が最も

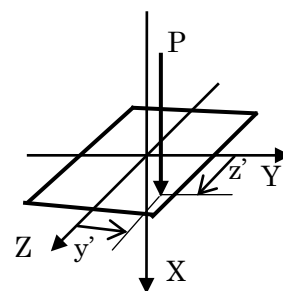
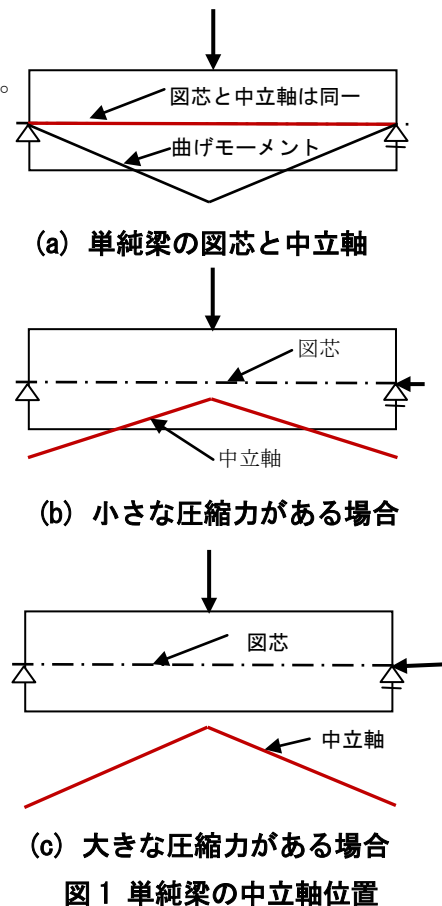


図 2 断面に働く軸力

小さくなるのは第3象限の角である。この部分の応力は、その位置座標が $(-D/2, -b/2)$ であることから以下のように与えられる。

$$\sigma_x\left(-\frac{D}{2}, -\frac{b}{2}\right) = -\frac{P}{bD}\left(1 - \frac{6y'}{b} - \frac{6z'}{D}\right)$$

ここで、応力が常に圧縮であるためには次式が成立しなければならない。

$$\frac{y'}{b} + \frac{z'}{D} \leq \frac{1}{6}$$

他の象限でも同様であり、長方形断面の核は図3に示す菱形となる。他の断面も同様に求められるが、それらについては、構造力学のテキストを参照されたい。

次に、断面の一部が弾性から塑性に移る際の中立軸について考えてみよう。材料は鉄骨とし、完全弾塑性とする。今回は一定圧縮力を与えたのち、鉛直集中荷重を徐々に増加させ、中立軸位置がどのように移動するかについて分析する。曲げモーメント図は、単純梁であるため、部材が一部塑性化しても変化せず、その形は図1(a)と同じである。

最初、鉛直荷重がなく、一定圧縮力を加えると、中立軸は無限遠に存在し、全断面同一圧縮応力となる。徐々に鉛直荷重が増加すると、曲げモーメントの比率が大きくなるため、中立軸は図1(c)から図1(b)へ、また図1(a)へと移動することになる。ただし、軸力が存在するため、完全に図1(a)の状態とはならない。また、曲げモーメントの増大によって、部材中央の上端に塑性化が始まり、最終的には塑性ヒンジが生じることになる。

ここで、材中央に塑性ヒンジが発生した時の中立軸位置を求めてみよう。図4に部材中央の断面応力が示されている。その時点の圧縮力と曲げモーメントによる応力が図示されており、材料を弾性とした場合と塑性を考慮した場合が比較されている。前者は、鉛直荷重を増々大きくすると部材中央の中立軸は図芯に近づく。一方、後者は、断面が塑性化し、軸力による影響を含めた全断面塑性状態となり、塑性ヒンジを形成する。中立軸は、図のように弾性応力時より下側に存在する。これらを頭に入れて先の状況を振り返ってみよう。

一定圧縮力を与えたのち、鉛直集中荷重を徐々に増加させていくと、部材中央上端で塑性化が生じる(図5(a))。その時点の中立軸を点線で示すと、逆に、中立軸がこの点線位置を超えると、その直上で塑性化が始まることになる。さらに、鉛直集中荷重を増加させると、図5(b)のように材中央で全断面塑性化し、塑性ヒンジが形成される。中立軸は、図4のように弾性状態の中立軸位置より下側にあり、明らかに図5(b)の赤線で示した下側の位置に移動する。

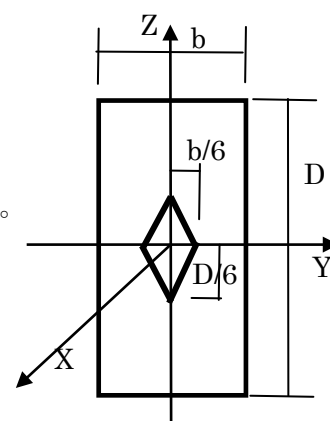


図3 長方形断面の核

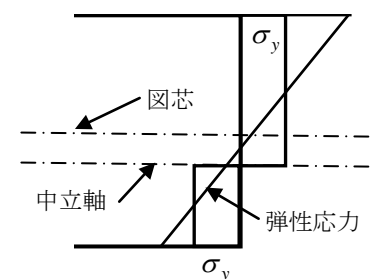
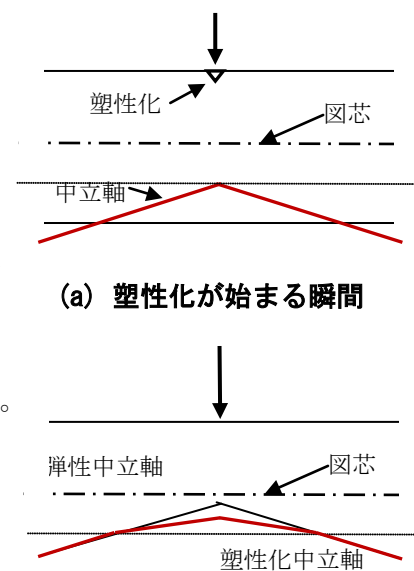


図4 塑性ヒンジ内の応力



(b) 塑性ヒンジの発生時

図5 塑性化による中立軸位置