



第 48 話 材料非線形解析における 特異現象 No.1

これまで、材料非線形によって表し得る特殊モデルについてお話した。今回は数値計算によって材料非線形解析を行う際、時として発生する異常な現象とその原因について触れる。これらの現象を少しでも知っておくことが、得られた結果を適切に評価できることなる。

1. 剛性の変化による応答への影響

ファイバーやバネなどで発生する剛性の急激な変化は、動的解析の結果にも特異な現象を生じさせ、ときには解析を破綻させる。部材やバネが塑性化して剛性が低下するとき、また、除荷となって剛性が復帰したとき、全体変位の上に対該部分の近傍で大きな高周波の加速度雑音が発生する。該当部と構造物全体とで質量や剛性に大きな差異がある場合は全体挙動に影響を与えることはないが、そうでないと適切な解が得られず、解析が破綻する場合もある。数値計算上このような現象が生じるが、実際に起きるかどうかは分からない。

2. 履歴特性の追跡で生じる誤差の原因と一般に用いられる対処法

区分線形化した骨格曲線と履歴ループ則において、釣合状態を追跡すると、図 1 のように交点を介して直線 A から B に乗り移る部分が必ず出現する。折れ曲がり点である c 点に乗るように増分値を調節する方法もあるが、構造物内に多くの履歴モデルが内在する場合は、この種の方法は効率的ではない。また、計算コストと競合するため増分値を無制限に小さくできるものでもない。

まず単純な飛び越しによる誤差発生メカニズムについて考えてみよう。第 n ステップの応力とひずみは、図 1 の a 点で示され、 $(\sigma_a, \varepsilon_a)$ とする。次ステップの増分解析によって、応力とひずみは a 点の接線剛性 E_a を用いて $(\sigma_b, \varepsilon_b)$ となる。この応力とひずみは、履歴の折れ点である c 点を飛び越え、b 点に達している。そのため、c 点から b 点までの釣合経路は不適切である。この釣合経路に対して何も対処しないと、その後の履歴は B' 線上をたどる。さらに経路が複雑になり、飛び越しが多く発生すると、誤差が蓄積する。

良く用いられる対処法は、図 1 の剛性の大きい線分から小さい線分に移る際、増分ひずみは変更せず、線分 B との交点 d を次ステップの釣合位置となるように増分応力を調整する。結果、履歴は、a 点から c 点を経由して d 点に至る釣合経路に変更される。この方法で見かけ上、釣合経路は A 線分から B 線分に移ったことになる。

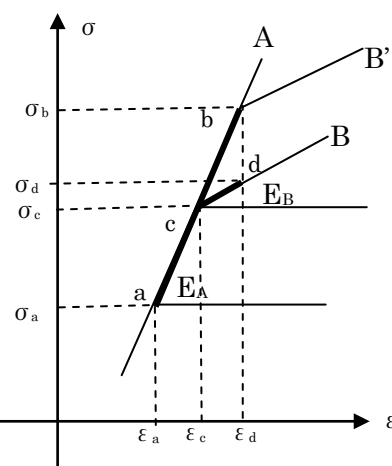


図 1 折れ曲がり点における飛び越し

この方法では、主に 2 種の誤差が発生する。ひとつは、応力 σ_c から σ_d 間では、接線剛性係数が E_B にもかかわらず、 E_A を使用して釣合状態が求めてられ、他の要素や部材との応力配分が不適切となる。ふたつには、その際のひずみは他の要素と適合しているが、その間の応力は、他の要素との力の釣合がとれていない。

線分 A の剛性が線分 B の剛性に比較して非常に大きい場合、前記の方法では不釣合応力はかなり大きくなる。この大きな不釣合応力が全体の挙動に影響を与えると思われる場合、異なった対処法を用いることになる。図 2 のように折れ点以後の増分応力と増分ひずみによる三角形の面積 (c, b, b') と (c, d, d') (これはひずみエネルギーを意味する) を同一にするように、増分ひずみと増分応力を同時に調整する。その結果、前の方法に比較して不釣合応力は小さくなる。ただし、増分ひずみが増加するため、ファイバー断面では法面保持が維持できない。

最後に、増分ひずみの進行方向が逆転する除荷の状態を考える。図 3 では、線分 A 上をひずみが正方向に進んできたとし、ここで、除荷によって増分ひずみが負となったとする。除荷が生じたその瞬間では、接線剛性は E_A であり、解析で求めた釣合位置は b 点となる。ここでは、ファイバーは既に塑性域に、あるいはバネでは第 2、第 3 剛性となっているとし、接線剛性 E_A は線分 B の除荷後の剛性 E_B に比較して非常に小さいとする。この場合、増分ひずみはかなり大きくなり、第 1 の方法では不釣合応力 $\sigma_d - \sigma_b$ も大きくなるのが予想される。そこで、新たな方法として、増分応力を元に接線剛性 E_B を用いて増分ひずみを調整する手法を用いる。ただし、この場合不釣合力は発生しないが、ひずみが不適合となり、動的解析のように何度もひずみの進行方向が逆転する場合は、誤差が蓄積することになる。

特に、鉄骨や鉄筋の履歴で塑性後勾配をほぼゼロとすると、除荷時の増分ひずみが非常に大きくなる場合がある。特殊ではあるが、その時点の増分ひずみと増分応力をゼロとし、増分値をスキップする方法も用いられている。

以上のように、区分線形化した応力-ひずみ履歴を追跡する場合、折れ点を飛び越す際に、どのような対処法をとったとしても、応力かひずみ、あるいは両者にいくらかの誤差が発生する。一般には増分変位や増分荷重あるいは増分時間を十分小さくすることで、これらの誤差は全体の挙動に影響することなく、また累積も小さく、結果的に適切な応答が得られる。ただし、特殊な条件下では、これらの誤差は全体挙動に影響を与え、解析途中で計算が破綻をきたす場合もあるので注意を要する。

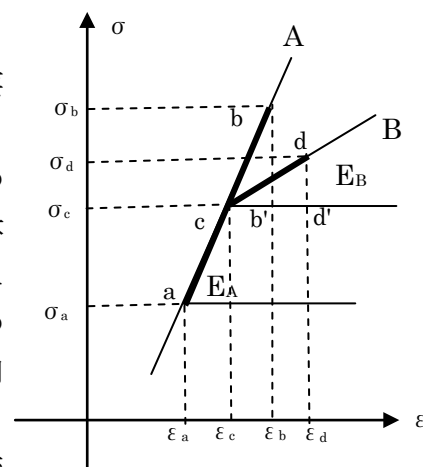


図 2 ひずみエネルギーを同一とする手法

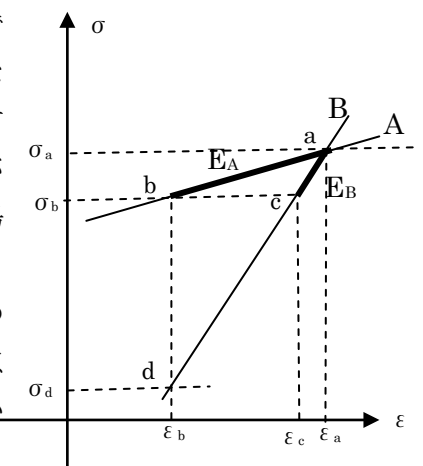


図 3 除荷点における誤差