第３話　断面性能；断面力と応力

ベルヌーイ・オイラー(Bernouilli-Euler)仮定によって、細長い部材が曲げられたとき、断面内の応力とひずみは容易に求められる。それだけではなく、設計に必要な多くの断面性能も定義できる。今回は、この断面性能と部材設計に関連する幾つかの重要な力学的パラメータについて考えてみよう。

最初は、断面積Aであり、$A=\int_A dA$で表される。軸方向剛性はEA/Lで定義され、ヤング係数Eと部材長L、断面積Aで決定さる。軸方向の硬さを変えるには、この 3 つのパラメータのどれか、あるいはいくつかを変化させれば良い。

次に、断面一次モーメントS_Z, S_Yは、図１の座標系(Y,Z)では次式で与えられる。この性能を用いて図芯位置を知る。

$$S_Z=\int_A YdA; \quad S_Y=\int_A ZdA$$

図芯位置は、断面積Aと上式より次式で表される。

$$Y_0=\frac{S_Z}{A}; \quad Z_0=\frac{S_Y}{A}$$

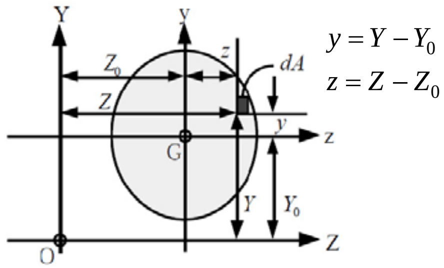


図１　図芯と断面一次モーメント

図芯位置での断面二次モーメントは$I_z=\int_A y^2 dA$であり、微小断面に距離の 2 乗を掛けた値を寄せ集めたものである。従って、**図芯近くに断面が少なく、遠い所により多くの断面が存在すると効率が良い**。長方形断面の断面二次モーメント$I_x=bD^3/12$を覚えておくと何かと都合が良い。梁巾bよりも梁せいDの影響が大きい。このことからも、H 型断面は曲げに対して効率の良い断面であり、円形断面は最も非効率な断面といえる。ただし、H 型断面は強弱があるため、一方向の荷重を受ける梁として使用される。円形であれば鋼管、矩形であれば角型鋼管も効率が良く、鉄骨構造の柱に良く使用される。

梁部材の曲げにくさ(剛性)を示すパラメータはEI_z/L　である。梁部材が曲げ易いか曲げにくいかは、使用する材料と断面の形状及び部材の長さによって決まる。設計した部材のたわみが許容値を上回る場合、まず、梁部材の長さを短くできるか検討する。意匠との兼ね合いから難しいが、この対処法が一番合理的である。たわみは部材長さの 3 乗か 4 乗に逆比例するからである。これが無理ならば材料を変えると良い。木造であれば鉄骨にする。これはヤング係数を変えることになる。これも無理であれば、断面の形状を変える。断面二次モーメントを大きくするためには、RC 造や木造ならば梁せいを大きくすると良い。ただし、梁せ

いを大きくすると骨組の高さ関係に影響を与え、これも難しいかもしれない。最も無難で良く使用されるのは梁巾を広げるか、2 重梁にする。鉄骨であれば H 型断面のフランジ厚を変えるのが良い。設計で用いられるD/Lは、S 造では$1/8 \sim 1/10$、RC 造では$1/6 \sim 1/8$程度である。覚えておこう。断面二次モーメントには次の特性がある。

1）図芯位置の断面二次モーメントは最小値

2）任意位置の断面二次モーメントは下式によって容易に求められる。

$$I_Z = I_z + Y_0^2 A$$

次にねじり剛性について考える。図 2 に示すように図芯位置から距離 r に存在する微小断面の二次モーメントを、次式で示すように全断面について寄せ集めたものを、断面極二次モーメントという。この断面性能はねじりに対する剛性を表す。ただし、図 3(a)の閉じた断面に対するねじり剛性であり、同図(b)の開いた断面のねじり剛性は異なった理論より求める。これについては後日お話ししよう。

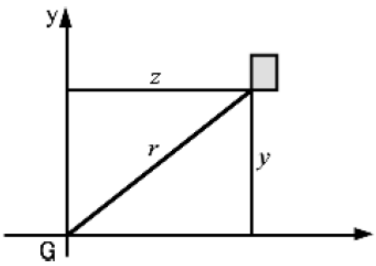
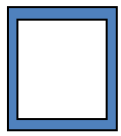
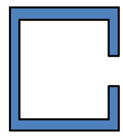


図 2 断面極二次モーメント



(a) 閉断面(閉じた断面)



(b) 開断面(開いた断面)

図 3 断面形状によるねじり剛性の違い

$$I_p = \int_A r^2 dA$$

この断面極二次モーメントは断面二次モーメントとの関係が次のようにある。

$$I_p = I_y + I_z$$

次に、部材に軸力と曲げモーメントが発生したとき、断面内に生じる応力やひずみを求めてみよう。これも、ベルヌーイ・オイラー仮定により、簡単に求めることができる。まず、曲げモーメントについて、弾性範囲内であれば断面内の応力分布は次式で与えられる。

$$\sigma_x = \sigma_b(y) = \frac{M}{I_z} y$$

最大応力を与える縁応力は、

$$\sigma_t = \frac{M}{Z_t}; \quad \sigma_c = \frac{M}{Z_c}$$

となる。ここで、Z_t と Z_c は引張と圧縮に関する断面係数
式で与えられる。

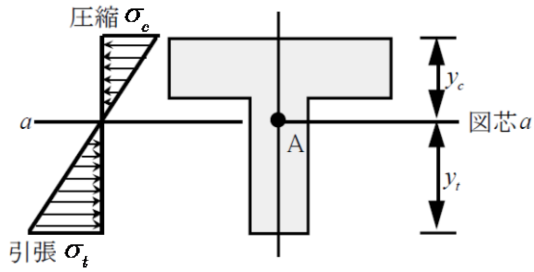


図 4 曲げモーメントを受ける断面内の応力分布

$$Z_t = \frac{I_z}{y_t}; \quad Z_c = \frac{I_z}{y_c}$$

ここで、y_t と y_c は、図 4 の図芯位置から断面の引張側端部、圧縮側端部までの距離を各々表す。軸力を考慮すると、最大応力は次式となる。

$$\sigma_t = \frac{N}{A} + \frac{M}{Z_t}; \quad \sigma_c = \frac{N}{A} - \frac{M}{Z_c}$$