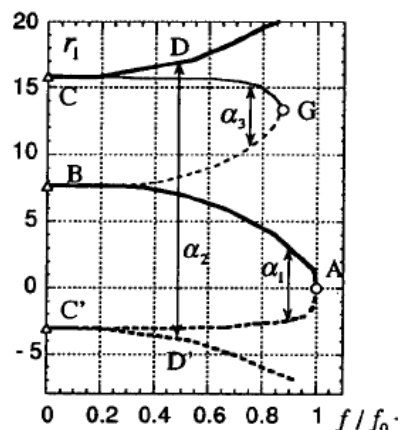




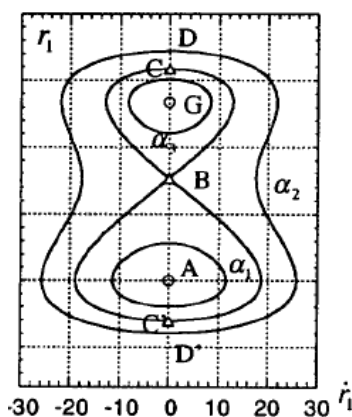
第 1 1 9 話 幾何学的非線形と動座屈 No.2

今回も、幾何学的非線形性による構造物の動座屈についてお話する。不連続の骨格曲線を、図3(b)を詳細に示した図5(a)と位相図(b)を用いて説明する。ここで、両図の同じ記号は同一の点を意味する。また、位相図では第1次モードの変位とその速度を両軸にとると、無減衰の自由振動は等ポテンシャル上を移動する解曲線(解軌道)となる。第1次モードの剛性が強い非線形性を有し、正負で異なった骨格曲線となる。図5(a)中の太線は初期変位を負として、つまりアーチを上吊り上げた形状から得た自由振動の解である。そのため、図4(a)、(b)の任意の振動数に対する実際の最大振幅は両曲線間の長さに等しい。例えば、図4(b)の α_1 の解軌道に対する振幅は図5(b)の α_1 である。さらに、動座屈後の図5(a)の曲線C-Dに対応する曲線はC'-D'となり、図5(b)の α_2 の解軌道は、図5(a)の α_2 振幅となり、静的釣合点(同図(b)のA,B,G点、特にB点は鞍点(サドルポイント))を3つ含むように大きく振動する。この場合、アーチは動座屈を起こしている。一方、逆の初期値であるアーチを下に押し下げた状態からの骨格曲線は、曲線が不連続となるまでは、A-Bと同じ状態であるが、ジャンプ後の曲線はC-Gとなり、前述の曲線とは異なる。この曲線は、初期変位が座屈した点、つまり完全に反転した「釣りの形態」で、静的釣合位置Gを中心に振動する(図5(b)と図(a)の α_3)状態から得られる。この振動中、曲線C-Gに対応する曲線はB-Gとなる。さらに初期変位を大きくすると骨格曲線はG-C、C-Dとなり、対応する曲線も各々G-B、C'-D'となる。ここでも応答はB点からC'点にジャンプする。周期外乱が加わった場合、この骨格曲線に沿った応答曲線が得られ、種々の現象を引き起こすことになる。

振動方程式に非対称モード比例型荷重が存在しないことと、線形の振動方程式が連成していないことから、アーチの変形に非対称モードは一般には出現しない。しかし、対称モードの振動数と非対称モードの振動数が、ある関係になったときにパラメータ励振により非対称モードが現れる。パラメータ励振とは、対称モードの振動数 f_1 と非対称モードの振動数 f_2 との間に2対1の関係が成立したとき、非対称モードの励起が始まる。このパラメータ励振の起こる様子を図6に示す。同図は非対称モードが出現するまでの時刻歴応答を表し、縦軸は振幅、横軸は無次元時間を示す。また図中の細線、太線はそれぞれ対称モー



(a) 振動数と振幅の関係



(b) 位相図

図 5 動座屈と解軌道

位相図とは、変位と速度を軸にとり、振動状態を図中に描くもので、定常状態では、閉曲線を描く。

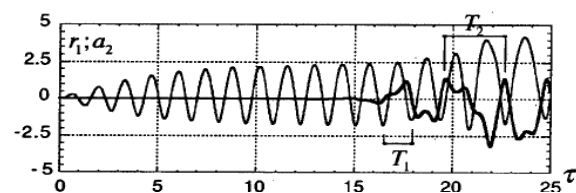


図 6 パラメータ励振現象の時刻歴

ドと非対称モードの変位である。対称モードの振動数と非対称モードの1/2分数調波の振動数とが、正確に2対1の振動数比となっており、非対称モードの励起がパラメータ励振によるものであることが分かる。

扁平アーチにステップ荷重を与えた場合の動荷重の大きさと最大変位の関係を図7に示す。同図の細線と太線は各々1モード系と2モード系における解析結果である。図中、2モード系の最大変位も、第1次モードの最大変位を用いている。また、図8(a)と(b)は動座屈時の時刻歴応答と位相図であり、分岐型の動座屈メカニズムの一例を示す。ここでは両モード共に減衰定数をゼロとした。

一方、2モード系の場合、数値実験による動座屈荷重は約18.38であり、Astatic分岐型座屈荷重18.20と比べ、約1.0%数値実験の値が高い。この理由は、非対称モードの変形が最初ゼロであるため、例え、系に鞍点の全エネルギーより高いエネルギーが与えられたとしても、必ず非対称モードが励起されるとは限らず、しかも有限時間で解軌道が鞍点近傍を通過できるとも限らないからである。つまり、Astatic荷重以上の荷重を与えても、有限時間の解析ではその領域を通過できるかどうか判別できない。荷重がAstatic荷重以下では動座屈は起こさないが、逆に荷重がAstatic荷重以上であっても、先の理由から必ずしも動座屈を起こすとは限らない。いずれにしてもAstatic座屈荷重はステップ荷重による動座屈荷重の適切な下界となる。図8は、ステップ荷重による2モード系の動座屈状況を示している。同図(a)は1次モードと2次モードの時刻歴を表わし、同図(b)は、同一荷重状態における位相図である。図(a)より振動当初では非軸対称モードは生じていないが、時間の経過と共に徐々に大きくなり、最後には、両モードが同時に生じ、動座屈に至っている。位相図では、1次モードと2次モードの解曲線が示されており、2つのモード間の連成領域が理解できる。動座屈する瞬間では、静的釣合位置で分岐座屈を示す鞍点の近傍を通過している。保存系では、最も全ポテンシャルが低い鞍点近傍に振動状態が近づいたときのみ動座屈が生じる。従って、時間が短い場合は、このような状態に近接しないこともあり、必ずしも、Astatic座屈荷重で動座屈するとは限らないことになる。そのため、実際の動座屈荷重がAstatic座屈荷重を上回ることになる。

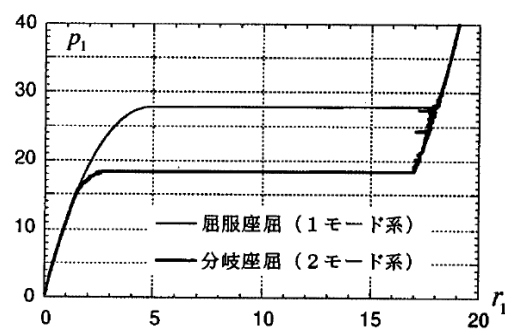
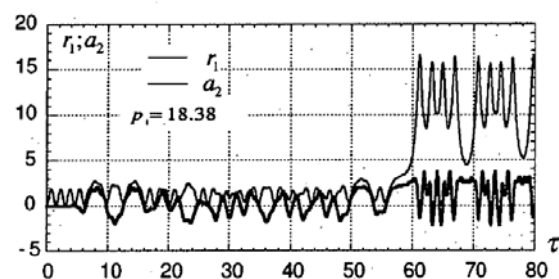
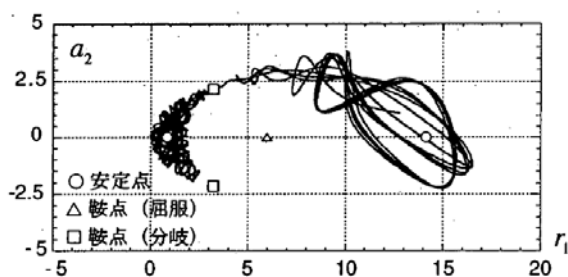


図7 ステップ荷重による扁平アーチの座屈荷重



(a) ステップ荷重によるアーチの時刻歴 ($e=7$)



(b) ステップ荷重によるアーチの位相図 ($e=7$)

図8 ステップ荷重による座屈現象