



第 115 話 カルマンフィルタによる状態推定

今回はカルマンフィルタについてお話しする。このフィルタはルドルフ・カルマン(Rudolf Emil Kalman : 1930-2016)によって提唱されたものであり、同氏がアメリカ航空宇宙局のエイムズ研究センターに訪れた際、この理論がロケットの軌道推定に有用であることに気づき、後にアポロ計画で用いられることになった。ハンガリー系アメリカ人のカルマンは、現代制御理論およびシステム理論の創始者であり、1960年代初頭に確立した「カルマン理論」により、制御工学に根本的な変革をもたらし、その後の現代制御理論の飛躍的な発展の基礎を築いた人物である。

カルマンフィルタは、誤差のある観測データから、時々刻々と時間変化する量（例えばある物体の位置と速度）を推定することができ、レーダーや画像解析など、工学分野で広く用いられる。例えば、カーナビでは、機器内蔵の加速度計や人工衛星からの誤差のある情報を統合して、時々刻々変化する車の位置を推定するのに応用されている。

外乱が不規則性を有し、しかも、観測データそのものにも雑音が含まれている場合でも、これらの不規則情報からシステムの状態量を推定することができる。観測データを元に、確率的なシステム状態量の推定値を求める問題を**状態推定問題**と呼ぶ。

時刻 t と観測最終時刻 t_{ob} との大小関係から状態推定問題は、以下の 3 つに分類されている。

- 1) $t > t_{ob}$ のとき：予測問題(prediction problem)
- 2) $t = t_{ob}$ のとき：フィルタリング問題(filtering problem)
- 3) $t < t_{ob}$ のとき：平滑問題(smoothing problem)

上記の問題で得られた推定値 $\hat{x}(t)$ は、各々、**予測値(prediction)**、**推定値(estimation)**、**平滑値(smoothing)**と呼ばれる。

アクティブ制御では、状態の推定法としてオブザーバを用いる。しかし、外乱や観測誤差は確率変数となるため、状態変数は確率過程となる。そのため、状態空間表現は確率システムとなり、フィードバック制御系としてLQG(Linear Quadratic Gaussian)制御法が使われ、状態推定法としてオブザーバの代わりに**カルマンフィルタ(Kalman filter)**が用いられる。同法は、観測情報に不規則な雑音が含まれても対応可能である。カルマンフィルタは、誤差のある離散観測データから、時間で変化する量、例えば、地震時の構造物の変位、速度、加速度などを推定するために用いられる。つまり、状態量を解析的に求めるのではなく、実際に観

測されたデータから状態推定する。このフィルタは、時間領域において、連続時間線形動的システム、もしくは離散化された離散時間線形動的システムに基づいて駆動する。動的システムは状態空間表現で表され、状態の変化は現在の状態と付加する雑音の影響と、システムの状態を制御する既知の制御入力の線形結合で表される。カルマンフィルタは、システムの現在の観測量と 1 ステップ前の状態推定値のみから、また、制御入力を受ける場合は現在の入力値も考慮して、現在の状態推定値(濾波推定値)と 1 ステップ先の状態予測値(1 段予測値)を与える、反復推定型フィルタである。ローパスフィルタなど多くのフィルタは周波数領域で設計され、時間領域に変換されて実装されるが、このフィルタは純粋に時間領域でのみで設計される特異なフィルタとなっている。

カルマンフィルタは、時間ステップを一つ進めるために予測と更新という二つの手続きを行う。予測の手続きでは、前の時刻の推定状態から、現在時刻の推定状態を計算する。更新では、今の時刻の観測を用いて、推定値を補正してより正確な状態を推定する。この二つの手続き、予測と更新を次々に行い、時間によって変化する状態量を精度よく推定していくことになる。

カルマンフィルタの導出は数学的に難解であり、工学者にとって高い壁となっている。ここでは、カルマンフィルタの導出法についてはテキストに譲り、結果ののみを示す。構造物の変位や速度、加速度など物理量を測定する場合、その物理量を支配する構成則や、実験や観測によって得られた測定データのスペクトル解析によって、その構造物の動的な支配方程式が得られる場合がある。その知識を利用して、雑音によって乱された測定データから、物理量の真値を効果的に予測する。

カルマンフィルタによるフィルタリングは次の 2 ステップで行われる。最初のステップは予備計算であり、事前推定法と事前推定誤差共分散行列を求める。第 2 のステップはフィルタリングであり、そこでは、最適推定値を求め、さらに、次のステップのためにカルマンゲインと事後推定誤差の共分散行列を求める。これら計算の流れを、図 1 のフローチャートに示す。

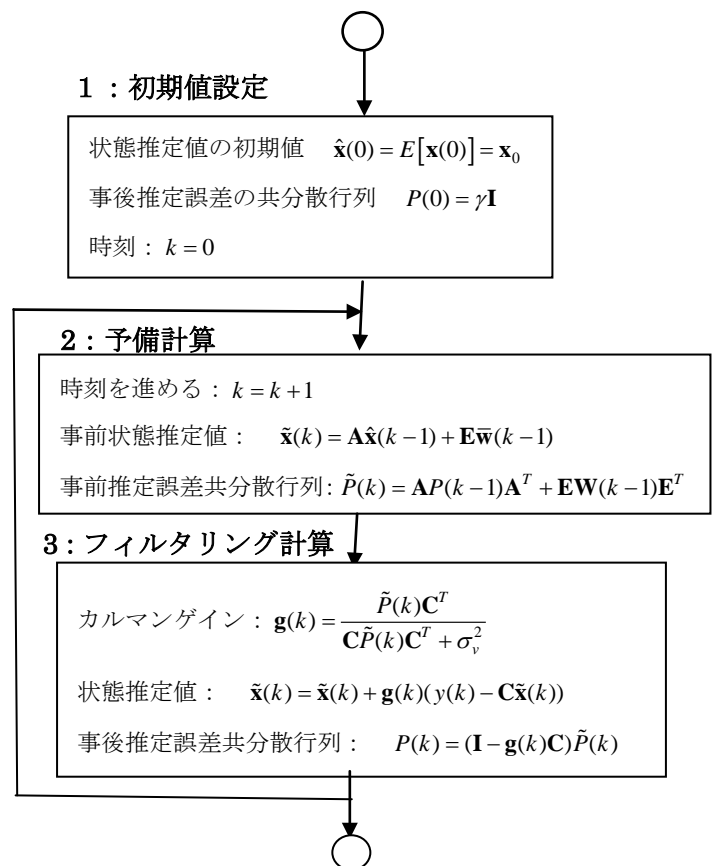


図 1 離散時間型カルマンフィルタアルゴリズム

上記の数式などはテキストを参照されたい。