



第 1 1 4 話 TMD の原理 No.2

前回に続いて、TMD の最適パラメータ設計法と MTMD の概要についてお話しする。最適パラメータを求めるために、多少の計算を必要とするが、ここでは結果のみ示す。理論展開はテキストを参照されたい。

最初に、P 点と Q 点の振幅応答値を等しくするように同調比 f を調節する。P 点と Q 点の応答振幅は、減衰定数 h に無関係であり、両点では、主振動の振幅の式 (3) に、減衰として任意の値を代入しても良い。簡単に計算できる $c = \infty$ と、式 (4) より、質量比 μ に対する同調比 f が $f = 1/(1 + \mu)$ として求められる。同式より例えば、質量比が非常に小さい場合、 $\mu \approx 0$ とすると、同調比は $f = 1$ となり、副振動系の振動数を主振動数と等しくする必要がある。また、質量比が $\mu = 0.1$ のときは、同調比は $f = 10/11$ となり、副振動系の振動数を、主振動数より 10% 低くすることになる。

次に、振幅応答値が等しい場合の P 点と Q 点の応答振幅値を求める。ここでも減衰に無関係であるため、これまでの関係を $f = 1/(1 + \mu)$ に適用して応答振幅値を求める。結果、P・Q 点の応答振幅値は次式となる。

$$\frac{|a_1|}{a_{st}} = \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad \dots (5)$$

これまでで、最適な同調比と両点の応答振幅値を求めた。しかし、減衰定数の最適値が求められていない。ここでは、P 点と Q 点で応答振幅値が極値となる条件を用いて最適減衰の値を求める。式 (3) の左辺を $D = |a_1|/a_{st}$ (動的応答倍率) と置き、両辺を 2 乗して式を書き換えると、

$$\left. \begin{aligned} D^2 &= \frac{p}{q}; \quad p = (f^2 - g^2)^2 + (2hfg)^2 \\ q &= \{(1 - g^2)(f^2 - g^2) - \mu f^2 g^2\}^2 + (2hfg)^2 (1 - (1 + \mu)g^2)^2 \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

となる。極値となる条件は、上式を g^2 で微分し、ゼロと置くことで得られる。少しの計算を行うと、最適な減衰定数が求められる。

$$h^2 = \frac{\mu}{8(1 + \mu)} \cdot \left(3 \pm \sqrt{\frac{\mu}{2 + \mu}}\right) \quad \dots (7)$$

上式から分かるように、両点において同じ値で極大になることはできない。そこで、両点の 2 乗平均値を最適減衰定数とすると、その値は以下のように導かれる。

$$h_{opt} = \sqrt{\frac{h_+^2 + h_-^2}{2}} = \sqrt{\frac{\mu}{8(1 + \mu)} \cdot (3 + \alpha) + \frac{\mu}{8(1 + \mu)} \cdot (3 - \alpha)} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad \dots (8)$$

以上の理論展開は、調和外力に対する TMD の最適条件を求めるための方法であるが、他にも調和地震動、自励振動など異なった条件による TMD の最適値が得られている。それらについては文献を参照されたい。

TMD の性能は、最適な同調比や減衰定数等の設計パラメータに敏感で、小さな誤差でも性能を大きく低下させる。しかも、質量の可動スペースや製作精度などの制約条件があり、最適パラメータの値を設計に採用することはかなり難しい。そのため TMD の減衰を最適値より高めにして、稼働スペースを小さくする場合が多い。しかし、これも制振効果を低下させる要因となっている。

そこで、図 3 に示すように複数個の TMD を、構造物の制振対象モードの固有振動数の周りに、バンド幅を持たせて分布させた MTMD(Multiple Tuned Mass Dampers)が提案され、ロバスト性の向上が図られている(図 4 参照)。MTMD は単一モードを制御対象としており、空間構造のような固有振動モードが近接して存在する場合には適していない。

一般の骨組やタワーなどのように固有周期がある程度離れて分布している場合は、まず制御対象のモードを選択し、そのモード変位の最も大きな位置に、TMD や MTMD を配置する。固有振動数が離れているため、この制振装置によって他のモードが影響を受けることはない。しかし、ドームや他の空間構造では、固有値が近接して存在するため互いに影響する。しかも、複数の振動モードで同時に制振効率を上げる必要があり、特定の節点ではなく、構造物全体をバランスよく制振することが求められる。

複数の振動モードを制御対象とする場合、その固有周期が互いに離れていると、制御対象の各振動モードに対し、最適パラメータを用いて MTMD を設計することになる。さらに、制御対象振動モードと同数の MTMD を構造物の空間位置に配置する。その際、MTMD の設置位置は対応する制御モードで最も大きく変位する位置とする。後は、設置後に他の振動モードに影響を及ぼさないことを確認する。このような方法で、複数の振動モードが制御されることになる。

一方、固有周期が近接する場合、MTMD がそれらの振動モードと強く連成することから、空間配置を工夫する必要がある。制御対象となる複数のモード振幅を重ねわせ、その形状の最大振幅点に MTMD を設置することが提案されている。構造物全体をバランスよく制御するために、MTMD の設置で構造物の振動モードが大きく変化しないように構造物の形状を考慮して分散配置する。興味ある方は文献を参照されたい。

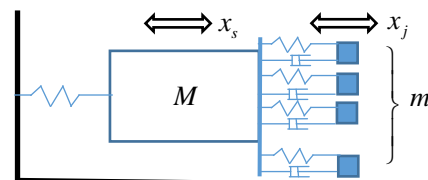


図 3 MTMD と構造系モデル

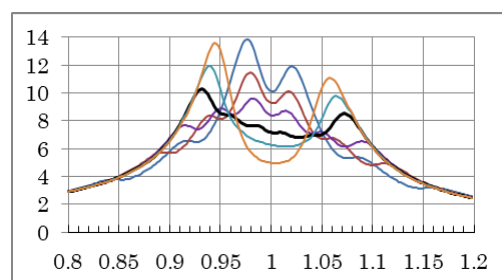


図 4 TMD が 5 個の場合の構造物の動的応答