第１０９話　簡易型地盤応答解析 No.3

今回も、第 2 段階の地震波伝播過程についてお話しする。工学的基盤面上の加速度から地表面への加速度伝達関数 $Z_{1/N}(\omega)$ は、地表面でせん断応力がゼロになることより、式(22)と(16)より、

$$Z_{1/N}(\omega)=\frac{2A_1}{A_N+B_N} \quad (\because A_1=B_1) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

となる。ただし、これは工学的基盤の上に表層地盤が堆積している時の、基準層を内部境界とした伝達関数であって、表層地盤を剥ぎ取って基準層を解放工学的基盤面とした場合の地表面への伝達関数は、やはり自由表面での境界条件 $\tau_n(z_n=0,t)=0$ より次式となる。

$$Z_{1/N}(\omega)=\frac{A_1}{A_N} \quad (\because A_N=B_N) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

解放工学的基盤面上の人工地震波に対して表層地盤での振幅を解析する際、この面を基準層にして地表面への周波数応答関数を用いる。この場合は対象層が自由表面として取り扱える地表面（第１層上端面）であったが、地表面以外の境界面は全て内部境界であるので、任意の地表面より深い位置にあって工学基盤ではない第 k 層 $(k=2,\cdots,N-1)$ への加速度伝達関数は工学的基盤を内部境界とするとき、

$$Z_{k/N}(\omega)=\frac{A_k+B_k}{A_N+B_N} \qquad \cdots\cdots(29)$$

となり、一方、工学的基盤を解放工学的基盤面とするときの加速度伝達関数は次式となる。

$$Z_{k/N}(\omega)=\frac{A_k+B_k}{2A_N} \qquad \cdots\cdots(30)$$

各地盤の中点は内部境界であるので、工学的基盤を内部境界として工学的基盤面上の加速度時刻歴から任意の第 k 層 $(k=1,2,\cdots,N-1)$ 中点でのせん断ひずみへの伝達関数は次式で、

$$\tilde{Z}_{k/N}(\omega)=-\frac{ip_k^*\left(A_ke^{ip_k^*H_k/2}-B_ke^{-ip_k^*H_k/2}\right)}{\omega^2\left(A_N+B_N\right)} \qquad \cdots\cdots(31)$$

解放工学的基盤の場合は次式で与えられる。

$$\tilde{Z}_{k/N}(\omega)=-\frac{ip_k^*\left(A_ke^{ip_k^*H_k/2}-B_ke^{-ip_k^*H_k/2}\right)}{2\omega^2A_N} \qquad \cdots\cdots(32)$$

表１及び２に基準層と対象層の境界の取り扱いによる周波数応答関数の違いを整理しておく。

表 1 基準層加速度から対象層加速度への伝達関数

基準層＼対象層	地表面（解放境界面）	地表面以外の層 k の上端面（内部境界面）
工学的基盤面（内部境界面）	$Z_{\frac{1}{N}}(\omega)=\frac{2A_1}{A_N+B_N}$	$Z_{\frac{k}{N}}(\omega)=\frac{A_k+B_k}{A_N+B_N}$
解放工学的基盤面（解放境界面）	$Z_{\frac{1}{N}}(\omega)=\frac{A_1}{A_N}$	$Z_{\frac{k}{N}}(\omega)=\frac{A_k+B_k}{2A_N}$

表 2 基準層加速度から対象層せん断ひずみへの伝達関数

基　準＼対　象	任意の層 k の中点（内部境界面）
工学的基盤面（内部境界面）	$\tilde{Z}_{\frac{k}{N}}(\omega)=-\frac{ip_k^*\left(A_ke^{ip_k^*H_k/2}-B_ke^{-ip_k^*H_k/2}\right)}{\omega^2\left(A_N+B_N\right)}$
解放工学的基盤面（解放境界面）	$\tilde{Z}_{\frac{k}{N}}(\omega)=-\frac{ip_k^*\left(A_ke^{ip_k^*H_k/2}-B_ke^{-ip_k^*H_k/2}\right)}{2\omega^2A_N}$

振動状態に大きく影響を与える要因のひとつが減衰である。このモデルでは、2 種の減衰機構を採用している。一つは散乱減衰であり、エネルギーが水平方向に逸散する機構のモデル化。他は履歴減衰であり、土の振動時にループを描くことで、減衰機構と同様の働きをする。履歴減衰は式(2)の第 2 項のように振動数に依存する。この 2 種の減衰をまとめた式(3)の等価減衰定数は角振動数の関数となり、一般構造物の振動方程式とは大きく異なる。減衰定数が振動数に依存する場合、周波数領域で数値解析を実施する。

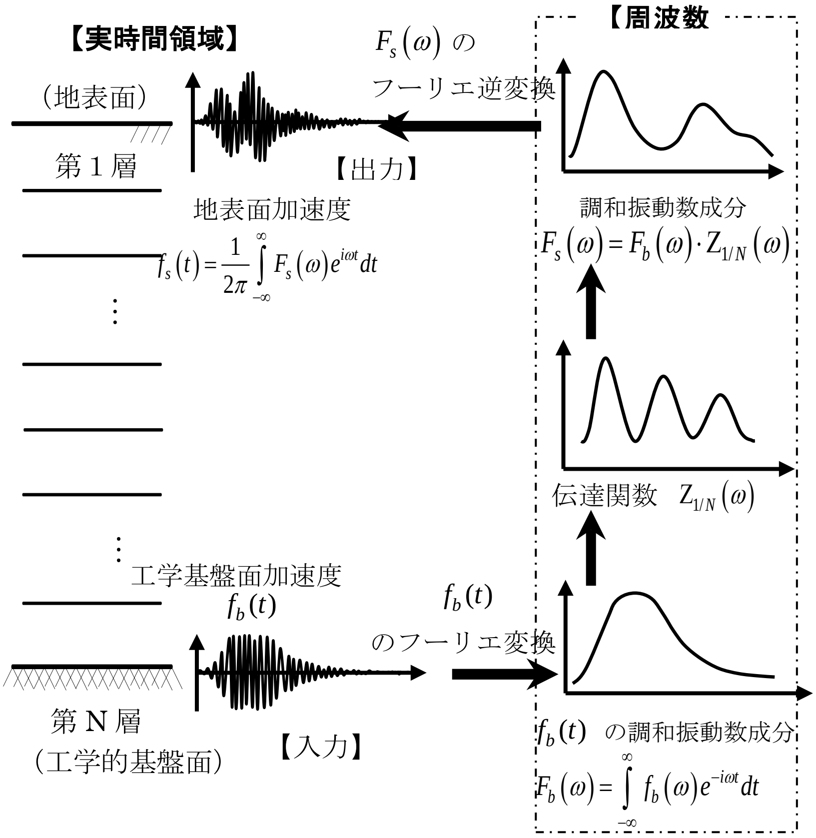

図 2 表層地盤応答解析の流れ

最初に、各層の剛性と減衰定数から調和振動時の波動方程式の解を、式(20)の漸化式より求め、式(21)の波動インピーダンス比や周波数応答関数（伝達関数）、及びせん断ひずみへの伝達関数を求めておく。これらは周波数成分で表現された関数であり、ある層 m の上端面から第 n 層へ、変位、速度と加速度を伝達する役目を担う関数である。

図 2 には、実際に工学的基盤面上で観測波や模擬波時刻歴 $f_b(t)$ が与えられ、表層地盤を伝播して地表面上の波形 $f_s(t)$ を得るまでの一連の操作が表示されている。この図に従って操作の流れを説明しよう。まず、基盤の加速度波形 $f_b(t)$ を一度フーリエ変換し、周波数領域でのフーリエスペクトル $F_b(\omega)$ に分解する。次に、先に求めておいた表層地盤諸元から構成される第 N 層（工学的基盤面）上端面の加速度から第 1 層上端面（地表面）への加速度に対する周波数応答関数 $Z_{1/N}(\omega)$ を、フーリエスペクトル $F_b(\omega)$ に乗じて、地表面上の調和振動数成分を得る。最後に、地表面上の調和振動数成分をフーリエ逆変換して、地表面の波形時刻歴を得る。

図 2 に示すこの一連の操作が周波数領域での振動解析である。一見すると、かなり面倒な方法に見えるが、波動方程式中に周波数に依存するパラメータを含む場合は非常に有効な手法となる。しかも FFT が開発されため、フーリエ変換が高速に実行され、実用的な方法となっている。