



基礎 9 5 話 No.7 山形ラーメンの数値解析例

付 20 話参照  
ex94\_1

今回は、前回の異形ラーメンに関する応力解析の続きであり、2つの課題について数値計算して、断面力図と各節点変位を求める。

全体釣合式を解いて得た回転角と独立部材角を用いて、各部材の断面力を計算する。

$$\begin{aligned}
 M_{12} &= k_1(\varphi_2 + \psi'_1) = (47.63 - 115.25) = -67.62 \\
 M_{21} &= k_1(2\varphi_2 + \psi'_1) = (2 \cdot 47.63 - 115.25) = -19.99 \\
 M_{23} &= k_2(2\varphi_2 + \varphi_3 - \frac{h_1}{2h_2}\psi'_1 + \frac{h_1}{2h_2}\psi'_4) = 0.9487(2 \cdot 47.63 - 19.49 - 1.5 \cdot (-115.25 + 151.72)) = 19.97 \\
 M_{32} &= k_2(2\varphi_3 + \varphi_2 - \frac{h_1}{2h_2}\psi'_1 + \frac{h_1}{2h_2}\psi'_4) = 0.9487(-2 \cdot 19.49 + 47.63 - 1.5 \cdot (-115.25 + 151.72)) = -43.69 \\
 M_{34} &= k_2(2\varphi_3 + \varphi_4 + \frac{h_1}{2h_2}\psi'_1 - \frac{h_1}{2h_2}\psi'_4) = 0.9487(-2 \cdot 19.49 + 30.36 + 1.5 \cdot (-115.25 + 151.72)) = 43.72 \\
 M_{43} &= k_2(2\varphi_4 + \varphi_3 + \frac{h_1}{2h_2}\psi'_1 - \frac{h_1}{2h_2}\psi'_4) = 0.9487(2 \cdot 30.36 - 19.49 + 1.5 \cdot (-115.25 + 151.72)) = 91.01 \\
 M_{45} &= k_1(2\varphi_4 + \psi'_4) = (2 \cdot 30.36 - 151.72) = -91.00 \\
 M_{54} &= k_1(\varphi_4 + \psi'_4) = (30.36 - 151.72) = -121.36
 \end{aligned}
 \tag{62}$$

この材端モーメントを用いて曲げモーメント図、及びせん断力図を以下に示す。

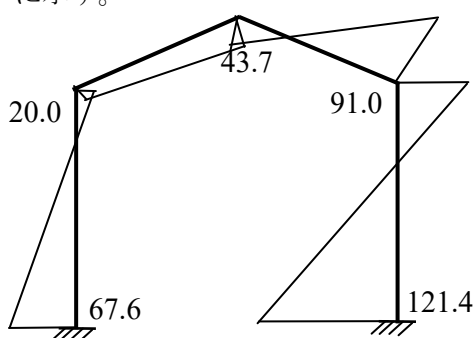


図 9(a) 課題 1 の異形ラーメンの曲げモーメント図

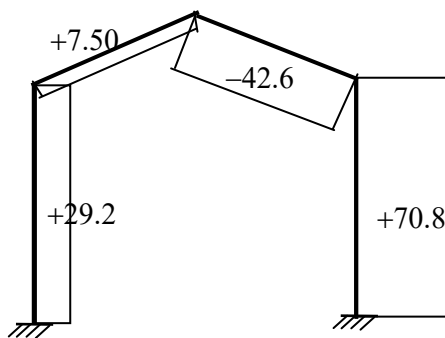


図 9(b) 課題 1 の異形ラーメンのせん断力図

次に、節点 2 の水平方向変位と節点 3 の鉛直方向変位を求めてみよう。まず、標準剛度は式 (59) より、次式で与えられる。

$$K_0 = \frac{2EI}{h_1} = \frac{2 \cdot 20500 \cdot 23500}{300} = 3.212 \cdot 10^6 \tag{63}$$

従って、節点 2 の水平方向変位は、

$$\delta_2 = R_1 h_1 = \frac{\psi'_1 h_1}{-3K_0} = \frac{-115.25 \cdot 100 \cdot 300}{-3 \cdot 3.212 \cdot 10^6} = 0.358 \text{ cm} \tag{64}$$

となり、同様に、節点 3 の鉛直方向変位は次のように計算される。

$$\delta_3 = R_2 \frac{l}{2} = \left( -\frac{h_1}{2h_2} R'_1 + \frac{h_1}{2h_2} R'_4 \right) \frac{l}{2} = \frac{-\psi'_1 + \psi'_4}{-3K_0} \frac{h_1}{2h_2} \frac{l}{2} = \frac{(115.25 - 151.72) \cdot 100}{-3 \cdot 3.212 \cdot 10^6} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{600}{2} = 0.170 \text{ cm} \tag{65}$$

$$\begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \psi'_1 \\ \psi'_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 47.63 \\ -19.49 \\ 30.36 \\ -115.25 \\ -151.72 \end{Bmatrix}$$

ここでは、部材角  $\psi_1, \psi_4$  はモーメントと同じ単位  $kNm$  であり、単位を  $kNcm$  に変換するため 100 倍している。

同じ課題で、独立部材角を  $R_1, R_2$  に変更した釣合式は次式で表される。同式の誘導は読者の演習とするので、前例を参考に下式を求められたい。

$$\begin{bmatrix} 2(k_1+k_2) & k_2 & 0 & k_1 & k_2 \\ k_2 & 4k_2 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 2(k_1+k_2) & k_1 & \frac{2h_2}{h_1}k_1-k_2 \\ k_1 & 0 & k_1 & \frac{4}{3}k_1 & \frac{4}{3}\frac{h_2}{h_1}k_1 \\ k_2 & 0 & \frac{2h_2}{h_1}k_1-k_2 & \frac{4}{3}\frac{h_2}{h_1}k_1 & \frac{4}{3}(k_2+2(\frac{h_2}{h_1})^2k_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \psi'_1 \\ \psi'_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{P_1h_1}{3} \\ -\frac{P_2l}{6} \end{Bmatrix} \dots\dots(66)$$

ここで、 $l, h_1$  は骨組のスパン長 6m と高さ 3m であり、従って、荷重項は次式となる。

$$\begin{Bmatrix} -\frac{P_1h_1}{3} \\ -\frac{P_2l}{6} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{100 \cdot 3}{3} \\ -\frac{100 \cdot 6}{6} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -100 \\ -100 \end{Bmatrix} \dots\dots(67)$$

式(59)のパラメータを代入すると、骨組全体の釣合式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} 3.8974 & 0.9487 & 0 & 1 & 0.9487 \\ 0.9487 & 3.7948 & 0.9487 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9487 & 3.8974 & 1 & -0.282 \\ 1 & 0 & 1 & 1.3333 & 0.4444 \\ 0.9487 & 0 & -0.282 & 0.4444 & 1.5611 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \psi'_1 \\ \psi'_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -100 \\ -100 \end{Bmatrix} \dots\dots(68)$$

上式を、添付した EXCEL VBA の連立方程式を解くプログラムで使用して解を求めると、次の結果が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \psi'_1 \\ \psi'_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 47.63 \\ -19.49 \\ 30.35 \\ -115.25 \\ -54.75 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(69)$$

従属部材角  $\psi_4$  は、式(9)を参考にすると、 $\psi_4 = \psi'_1 + 2h_2\psi'_2 / h_1$  で求められる。具体的に  $\psi_4 = -115.25 - 2 \cdot 1 \cdot 54.75 / 3 = -151.75$ 、式(61)と同一となる。

境界条件を考慮したたわみ角法の基本式に、上の変位を代入すると、各部材の材端モーメントが得られる。これ以降については次回お話しする。また、次回では課題 2 についても演習を行う予定である。上の釣合式の誘導を行い、異形ラーメンの解析法を深く理解されたい。