



## 基礎 8 6 話 No.1 釣合式の機械的作表法

これまで、節点でのモーメントの釣合、及び各層における層モーメントの釣合より、整形骨組の全体釣合式を求める方法を学んだ。しかしながら、骨組が高層あるいは多スパンになると全体釣合式を作成するまでに、多くの手続きが必要となり、間違いが生じ易くなる。そこで、今回は、効率的に全体釣合式を作成する方法を紹介する。この方法では、整形骨組に対し、表を用いて自動的に釣合式を作成することができる。

たわみ角法では、整形骨組の節点番号を順序良く並べ、全体釣合式を行列表示すると、剛性行列内に部材剛性が規則的に配置される。その規則性を利用して、剛性行列や荷重項に、たわみ角法の係数や荷重を挿入する。全部材に対し同様の方法で全体釣合式を求めることができる。この手法を**機械的作表法**と呼ぶ。たわみ角法の基本式は変数変換後の式を用いる。以下に例を用いて説明しよう。

図 1 に示す整形骨組を考える。節点番号の付け方は、上から付けても、下から付けても良い。ここでは、図のように下から上に、また左より右に順序良く付ける事にする。さらに剛比も図のように、柱には  $k_{c*}$  とし、梁は  $k_{b*}$  とし記号化する。この骨組の境界は、節点番号 1, 2, 3 で固定支持である。

整形骨組の釣合式は各節点におけるモーメントの釣合と、層モーメントの釣合がある。まず、節点  $i$  におけるモーメントの釣合を一般形式で表す。モーメントの釣合が次式となることを、これまでの例題を振り返ることで理解しよう。

$$J_i \varphi_i + \sum (k_k \varphi_j) + \sum (k_k \psi_k) = \sum C_i + \sum M_i \leftarrow J_i = 2 \sum k_k \dots\dots (1)$$

上式左辺の第 1 項  $J_i$  は、節点  $i$  に繋がる部材剛比の総和の 2 倍であり、第 2 項は、同部材の剛比と他端節点  $j$  の回転角の積である。また第 3 項は、節点  $i$  に繋がる柱の剛比と部材角の積を表す。右辺項は、節点  $i$  に連結する部材の固定端モーメントの総和と直接節点  $i$  に加わるモーメント荷重の総和を表す。ただし、たわみ角法の基本式から分かるように、固定端モーメントには、正負があることに注意しよう。図 1 の骨組で鉛直方向の部材荷重が梁に加わる場合、例えば、節点 4 及び 5 におけるモーメントの釣合方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} 2(k_{c1} + k_{c4} + k_{b1})\varphi_4 + k_{b1}\varphi_5 + k_{c4}\varphi_7 + k_{c1}\psi_1 + k_{c4}\psi_2 &= C_{45} \\ k_{b1}\varphi_4 + 2(k_{c2} + k_{c5} + k_{b1} + k_{b2})\varphi_5 + k_{b2}\varphi_6 + k_{c5}\varphi_8 \\ + k_{c2}\psi_1 + k_{c5}\psi_2 &= -C_{54} + C_{56} \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

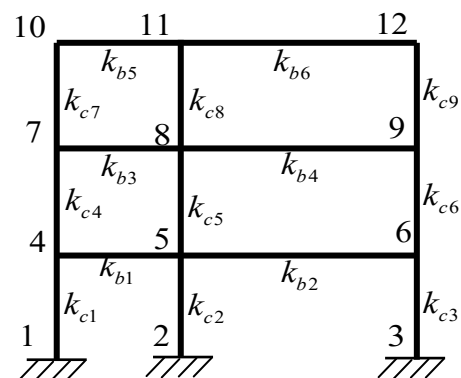


図 1 整形骨組に関する節点番号と剛比の設定法

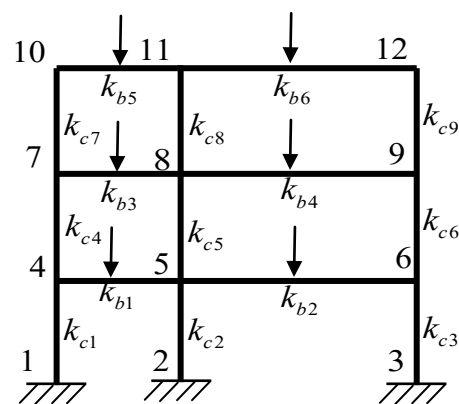


図 2 鉛直集中荷重を受ける骨組

次に、ある層  $l$  の層モーメントの釣合を次式で表す。

$$\sum(\bar{M}_{ij} + \bar{M}_{ji}) = (\sum \bar{Q}_j - \sum P_k) h_l \quad \dots\dots(3)$$

ここで、 $\bar{M}_{ij}$  などは、境界条件を考慮したたわみ角法の基本式で、固定端モーメントを除いた材端モーメントであり、 $\sum$  は当該層の柱の材端モーメントについて和をとることを意味する。また、 $h$  はその層の階高であり、 $\bar{Q}_i$  は柱の基本応力のせん断力である。これらを上式に代入すると、層モーメント釣合式の一般形が得られ、さらに剛性行列を対称とするために、両辺を 3 で割ると次式が得られる。

$$\sum k_k \varphi_i + \sum k_k \varphi_j + N_l \psi_l = \frac{1}{3} (\sum \bar{Q}_j - \sum P_k) h_l \leftarrow N_l = \sum \frac{2}{3} k_k \quad \dots(4)$$

例えば、図 2 の骨組における 1, 2 層の層モーメントの釣合は、次式で与えられる。ここでは、水平方向の荷重が無いことから、層モーメントの釣合では、右辺項はゼロとなる。

$$\left. \begin{aligned} k_{c1} \varphi_4 + k_{c2} \varphi_5 + k_{c3} \varphi_6 + \frac{2}{3} (k_{c1} + k_{c2} + k_{c3}) \psi_1 &= 0 \\ k_{c4} \varphi_4 + k_{c5} \varphi_5 + k_{c6} \varphi_6 + k_{c4} \varphi_7 + k_{c5} \varphi_8 + k_{c6} \varphi_9 + \frac{2}{3} (k_{c4} + k_{c5} + k_{c6}) \psi_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5)$$

上で求めた釣合式を参考にして、次の表中に剛比と固定端モーメントを代入し、全体釣合式を作成してみよう。未知数は、節点数+層数であり、ここでは、境界条件によって、 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  が零であることから、未知数は 12 となる。下記の表を良く観察し、その規則性を理解してほしい。

表 1 機械的作表法で作った解析用骨組の釣合式

	節点	$\varphi_4$	$\varphi_5$	$\varphi_6$	$\varphi_7$	$\varphi_8$	$\varphi_9$	$\varphi_{10}$	$\varphi_{11}$	$\varphi_{12}$	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$	右辺項
節点方程式	4	$J_4$	$k_{b1}$		$k_{c4}$						$k_{c1}$	$k_{c4}$		$C_{45}$
	5	$k_{b1}$	$J_5$	$k_{b2}$		$k_{c5}$					$k_{c2}$	$k_{c5}$		$-C_{54} + C_{56}$
	6		$k_{b2}$	$J_6$			$k_{c6}$				$k_{c3}$	$k_{c6}$		$-C_{65}$
	7	$k_{c4}$			$J_7$	$k_{b3}$		$k_{c7}$				$k_{c4}$	$k_{c7}$	$C_{78}$
	8		$k_{c5}$		$k_{b3}$	$J_8$	$k_{b4}$		$k_{c8}$			$k_{c5}$	$k_{c8}$	$-C_{87} + C_{89}$
	9			$k_{c6}$		$k_{b4}$	$J_9$			$k_{c9}$		$k_{c6}$	$k_{c9}$	$-C_{9,8}$
	10				$k_{c7}$			$J_{10}$	$k_{b5}$				$k_{c7}$	$C_{10,11}$
	11					$k_{c8}$		$k_{b5}$	$J_{11}$	$k_{b6}$			$k_{c8}$	$-C_{11,10} + C_{11,12}$
	12						$k_{c9}$		$k_{b6}$	$J_{12}$			$k_{c9}$	$-C_{12,11}$
層方程式	1層	$k_{c1}$	$k_{c2}$	$k_{c3}$							$N_1$			0
	2層	$k_{c4}$	$k_{c5}$	$k_{c6}$	$k_{c4}$	$k_{c5}$	$k_{c6}$					$N_2$		0
	3層				$k_{c7}$	$k_{c8}$	$k_{c9}$	$k_{c7}$	$k_{c8}$	$k_{c9}$			$N_3$	0

表の説明は次回行うことにする。