



基礎 8 5 話 No.2 2 層固定支持骨組 + 柱頭水平荷重

付 19 話参照
ex84_2

2) 2 層固定支持骨組 + 柱頭水平荷重

ex84_2

今回は、2 層骨組に水平外力が加わる場合について、応力解析を行い、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を求める。前回で用いた 2 層の対称構造物に水平力が加わった場合の応力解析である。ここでは、節点移動のある場合で、多層の層モーメントの釣合について学ぶ。なお、このモデルでは変形状態・応力状態共に逆対称となる。

I : 固定境界と逆対称条件

$$\varphi_1 = \varphi_4 = 0; \quad \varphi_2 = \varphi_3; \quad \varphi_3 = \varphi_6$$

II : 基本式

上の境界条件を用いて、各部材の基本式を示す。

$$M_{12} = 2(\varphi_2 + \psi_I); M_{21} = 2(2\varphi_2 + \psi_I) \leftarrow \varphi_1 = 0$$

$$M_{23} = 1(2\varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{II}); M_{32} = 1(2\varphi_3 + \varphi_2 + \psi_{II})$$

$$M_{25} = 3(2\varphi_2 + \varphi_5) = 9\varphi_2; M_{36} = 2(2\varphi_3 + \varphi_6) = 6\varphi_3 \leftarrow \varphi_3 = \varphi_6; \varphi_2 = \varphi_5$$

III : 釣合式を求め、行列表示する

1: 節点 2 でのモーメントの釣合

$$M_{21} + M_{23} + M_{25} = 0 \rightarrow 4\varphi_2 + 2\psi_I + 2\varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{II} + 9\varphi_2 = 0 \rightarrow 15\varphi_2 + \varphi_3 + 2\psi_I + \psi_{II} = 0$$

2: 節点 3 でのモーメントの釣合

$$M_{32} + M_{36} = 0 \rightarrow 2\varphi_3 + \varphi_2 + \psi_{II} + 6\varphi_3 = 0 \rightarrow \varphi_2 + 8\varphi_3 + \psi_{II} = 0$$

3: 1 層での層モーメントの釣合

$$M_{12} + M_{21} = -\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 4 \rightarrow 6\varphi_2 + 4\psi_I = -200 \rightarrow 2\varphi_2 + \frac{4}{3}\psi_I = -\frac{200}{3}$$

4: 2 層での層モーメントの釣合

$$M_{23} + M_{32} = -\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4 \rightarrow 2\varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{II} + 2\varphi_3 + \varphi_2 + \psi_{II} = -80 \rightarrow \varphi_2 + \varphi_3 + \frac{2}{3}\psi_{II} = -\frac{80}{3}$$

以上の釣合式をまとめ、行列形式で表すと以下となる。係数行列である剛性行列は対称であることが分かる。

$$\begin{bmatrix} 15 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 8 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & \frac{4}{3} & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \psi_I \\ \psi_{II} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{200}{3} \\ -\frac{80}{3} \end{Bmatrix}$$

たわみ角法では、釣合式は上のように線形の連立方程式となる。未知数が多くなると、手計算で解を求めるのは難しい。

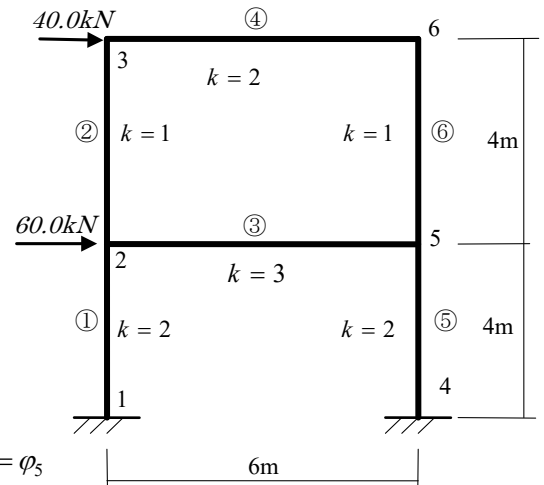


図 5 水平外力を受ける 2 層の骨組

IV : 連立方程式を解く (EXCEL の連立方程式解法ソフトを用いる)

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= 13.676; \quad \varphi_3 = 7.206 \\ \psi_I &= -70.515; \quad \psi_{II} = -71.324 \end{aligned}$$

V : 材端モーメントを求め、各断面力図を求める

得られた回転角と部材角を材端モーメントに代入すると

$$\begin{aligned} M_{12} &= 2(13.676 - 70.515) = -113.68 \\ M_{21} &= 2(2 \cdot 13.676 - 70.515) = -86.33 \\ M_{23} &= 1(2 \cdot 13.676 + 7.206 - 71.324) = -36.77 \\ M_{32} &= 1(2 \cdot 7.206 + 13.676 - 71.324) = -43.23 \\ M_{25} &= 9 \cdot 13.676 = 123.08; \quad M_{36} = 6 \cdot 7.206 = 43.24 \end{aligned}$$

となり、計算した材端モーメントから骨組の曲げモーメント図を図 6 (a) のように描く。曲げモーメント図より各部材のせん断力を求める。

$$\begin{aligned} Q_1 &= -\frac{1}{4}(-113.68 - 86.33) = 50.0; \quad Q_2 = -\frac{1}{4}(-36.77 - 43.23) = 20.0 \\ Q_3 &= \frac{1}{6}(123.08 + 123.08) = 41.03; \quad Q_4 = \frac{1}{6}(43.23 + 43.23) = 14.41 \end{aligned}$$

各節点での力の釣合より、部材の軸力を求める。

VI : 外力と反力の釣合確認、柱頭の水平変位を求める

各断面力図より、以下のように反力が求められる。右図より、水平方向と鉛直方向の力の釣合が得られていることは容易に理解できる。また、モーメントの釣合は、節点 1 におけるモーメントを計算すると、

$$\begin{aligned} M_1 &= 40 \cdot 8 + 60 \cdot 4 - 113.68 - 113.68 - 55.44 \cdot 6 \\ &= 320.0 + 240.0 - 227.36 - 332.64 \rightarrow 0 \end{aligned}$$

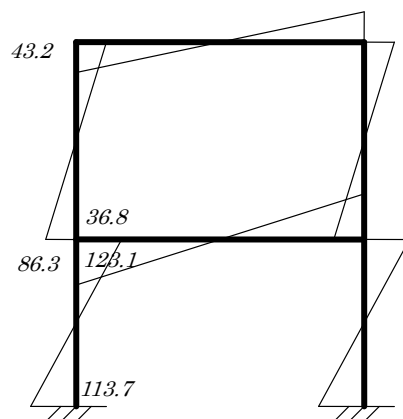
となり、釣合がとれている。

次に柱頭の水平変位を求めよう。まず、各層の水平変位は、標準剛度を $K_0 : kNcm$ とすると、各階の部材角に階高を掛けることで柱頭の水平変位が次のように得られる。

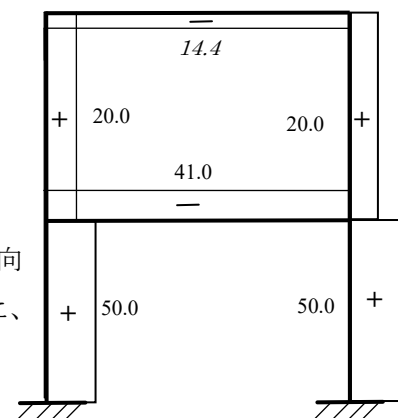
$$\begin{aligned} \delta_1 &= R_I h_1 = -h_1 \psi_I / 3K_0 \\ &= 70.515 \cdot 100 \cdot 400 / (3K_0) = 940200 / K_0 \\ \delta_2 &= R_{II} h_2 = -h_2 \psi_{II} / 3K_0 \\ &= 71.324 \cdot 100 \cdot 400 / (3K_0) \\ &= 950987 / K_0 \end{aligned}$$

従って、骨組の最上階の水平変位 δ は以下となる。

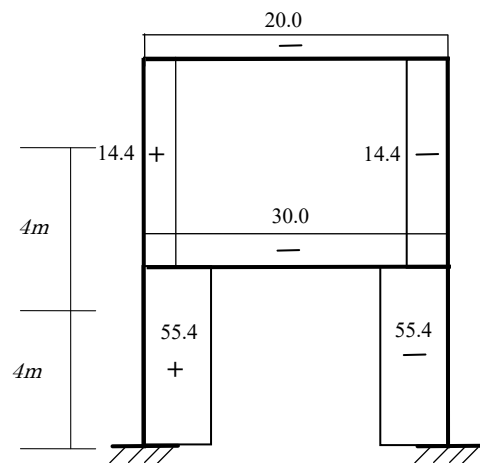
$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 1890700 / K_0$$



(a) 曲げモーメント図



(b) せん断力図



(c) 軸力図

図 6 水平外力を受ける 2 層骨組の断面力図

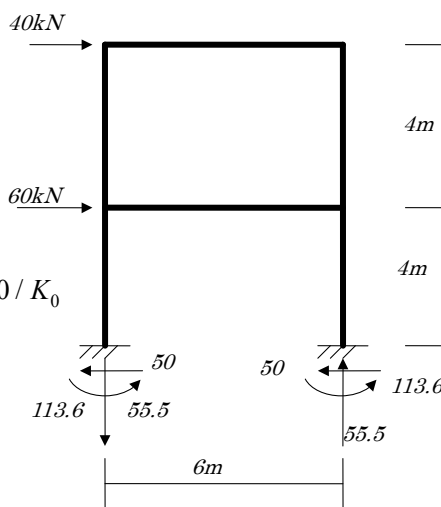


図 7 外力と反力