



基礎 8 3 話 No.5 柱に部材荷重が加わる場合で  
同方向水平荷重

付 18 話参照  
ex81\_3

今回は、図 22 に示すピン支持型の門型ラーメンに非対称荷重が加わる場合の応力解析である。この門型骨組は対称構造・逆対称荷重であり、従って、変形や曲げモーメント分布は逆対称となる。ここでは、骨組半分を用いて応力解析を行う。

6) 両端ピン支持門型ラーメン+同方向柱部材水平荷重

ex81\_3

まず、部材①の基本応力を求める。ここでは、一端ピン支持であることに注意されたい。

$$\left. \begin{aligned} C_{12} &= 0; \quad C_{21} = C + 0.5C = 1.5C; \quad {}_1M_0 = 2C \leftarrow C = \frac{Ph}{8} \\ Q_{12} &= \frac{P}{2} - \frac{1.5C}{h} = \frac{P}{2} - \frac{1.5}{h} \cdot \frac{Ph}{8} = \frac{5P}{16}; \quad Q_{21} = -\left(\frac{P}{2} + \frac{1.5C}{h}\right) = -\frac{11}{16}P = -\frac{11C}{2h} \end{aligned} \right\} \dots\dots(49)$$

一端ピン支持である部材①と逆対称条件を考慮し、各部材に対して、たわみ角法の基本式を適用する。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 0; \quad M_{21} = (1.5\varphi_2 + 0.5\psi) + 1.5C \\ M_{23} &= 2(2\varphi_2 + \varphi_3) = 6\varphi_2 \leftarrow \varphi_2 = \varphi_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(50)$$

次に、釣合式を求める。節点 2 でのモーメントの釣合は、

$$M_{21} + M_{23} = 0 \rightarrow 7.5\varphi_2 + 0.5\psi = -1.5C \quad \dots\dots(51)$$

となる。また図 23 に示すように、柱頭での層せん断力の釣合は、

$$-Q_{21} - \bar{Q}_{21} = 0 \rightarrow \frac{11C}{2h} + \frac{\bar{M}_{21}}{h} = 0 \quad \dots\dots(52)$$

となり、層モーメントの釣合は、上式の両辺に  $h$  を掛け、式(50)を考慮することで、次式となる。

$$\bar{M}_{21} = -\frac{11}{16}Ph \rightarrow 1.5\varphi_2 + 0.5\psi = -\frac{11}{16}Ph = -\frac{11}{2}C \quad \dots\dots(53)$$

上記の  $\bar{M}_{21}$  は外力である固定端モーメントを含まない。式(51)と(53)より、2つの方程式が得られ、整理すると釣合式は

$$\begin{aligned} 15\varphi_2 + \psi &= -3C \\ 3\varphi_2 + \psi &= -11C \end{aligned} \rightarrow \begin{bmatrix} 15 & 1 \\ 1 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \psi \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} 3C \\ 11C/3 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(54)$$

となる。上式を解くと次の解が得られる。

$$\varphi_2 = \frac{2}{3}C; \quad \psi = -13C \quad \dots\dots(55)$$

上の解を材端モーメントに代入すると、次式が得られる。

$$M_{21} = \bar{M}_{21} + 1.5C = 1.5 \cdot \frac{2}{3}C - \frac{13}{2}C + 1.5C = -4C; \quad M_{23} = 6 \cdot \frac{2}{3}C = 4C \quad \dots\dots(56)$$

梁中央の曲げモーメントは、材端モーメントの式(50)を用いると、次のように求められる。

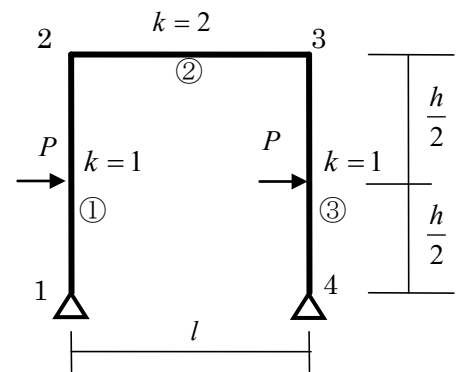


図 22 柱中央に同方向集中荷重を受ける両端ピン支持骨組

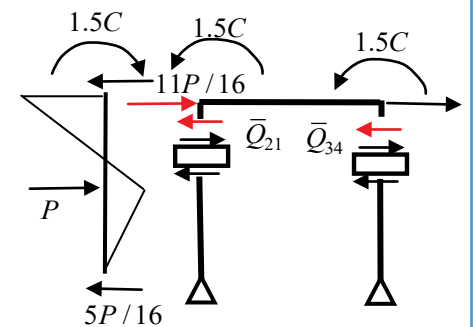


図 23 中間荷重による柱頭水平荷重

$$M_C = M_0 - \frac{1}{2}(M_{21} - M_{12}) = 2C + 0.5 \cdot 4C = 4C \quad \dots\dots(57)$$

ここでは、梁中央の曲げモーメントを基本応力と節点荷重による応力の和から求めてみよう。図 23 を参考にすると、中央の曲げモーメントは、

$$M_C = C + \frac{1}{2}(C - 0.5C) + \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{2}C = \frac{16}{4}C = 4C \quad \dots\dots(58)$$

となる。上式の第 1 項と第 2 項が基本応力の曲げモーメントを表し、第 3 項が節点荷重を解いて得た応力である（式(53)の  $\bar{M}_{21}$  を参照）。

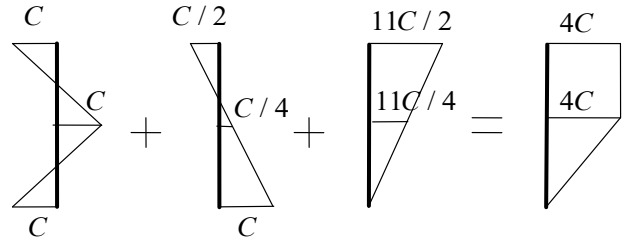


図 24 一端ピン梁の曲げモーメント

柱と梁のせん断力は、曲げモーメントの傾きより次式となる。

$$\left. \begin{aligned} Q_{cl} &= (4C)/(h/2) = 8C/h = P; & Q_{cu} &= 0 \\ Q_b &= -(4C + 4C)/l = -8C/l = -Ph/l \end{aligned} \right\} \dots\dots(59)$$

以上をまとめると、骨組全体の曲げモーメント図、せん断力図、軸力図が次のように得られる。

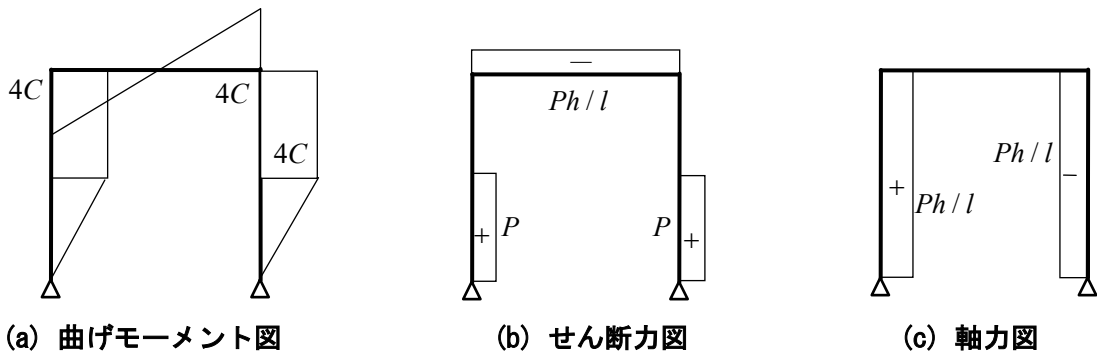


図 25 柱中央に集中荷重を受ける両端ピン支持の骨組の断面力図

せん断力図と軸力図より反力が求められ、図 26 に示す。同図を利用して、外力と反力の釣合を確認する。上下方向と水平方向の釣合が満たされていることは容易に理解できる。また、節点 1 における外力と反力によるモーメントの釣合は

$$M_1 = P \cdot \frac{h}{2} + P \cdot \frac{h}{2} - \frac{Ph}{l} \cdot l \rightarrow 0 \quad \dots\dots(60)$$

となり、釣合が得られていることが分かる。

実はこの構造は、たわみ角法を使用しなくても、力の釣合から断面力分布は求められる。両端ピン支持であるため、4つの反力があり、3つの外力と反力の釣合と逆対称条件を使用すれば、反力は決定する。

$$\left. \begin{aligned} \sum X = 0: & 2P - H_1 - H_4 = 0; & \sum Y = 0: & V_1 + V_4 = 0 \\ M_1 = 0: & 2Ph/2 - V_4l = 0; & H_1 &= H_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots(61)$$

上式上左と下右より、 $H_1 = H_4 = P$  となり、同式下左より、 $V_4 = Ph/l$  となる。また上右より、 $V_1 = -V_4 = -Ph/l$  となる。曲げモーメント図は、この反力を用いれば、これまでの知識で容易に求められる。

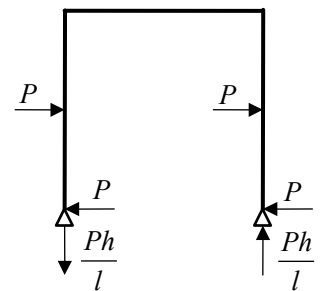


図 26 外力と反力