



基礎 8 2 話 No.4 柱に部材荷重が加わる場合で逆方向水平荷重

付 18 話参照
ex81_2

前回の続きで、求めた材端モーメントを用いて、骨組の曲げモーメント図を図 16(a)に示す。さらに、今回は門型ラーメンに非対称荷重が加わった場合についても応力解析を行う。

前回の続きで、柱のせん断力は次式より得られる。

$$Q_L = \left(\frac{9}{8}C + \frac{5}{4}C\right) / \frac{h}{2} = \frac{19}{8} \cdot \frac{2}{h} \cdot \frac{Ph}{8} = \frac{19}{32}P; \quad Q_U = \left(\frac{9}{8}C + \frac{C}{2}\right) / \frac{h}{2} = \frac{13}{8} \cdot \frac{2}{h} \cdot \frac{Ph}{8} = \frac{13}{32}P \quad \dots\dots(38)$$

せん断力図を元に、節点での力の釣合を利用すると、軸力図が同図(c)のように得られる。

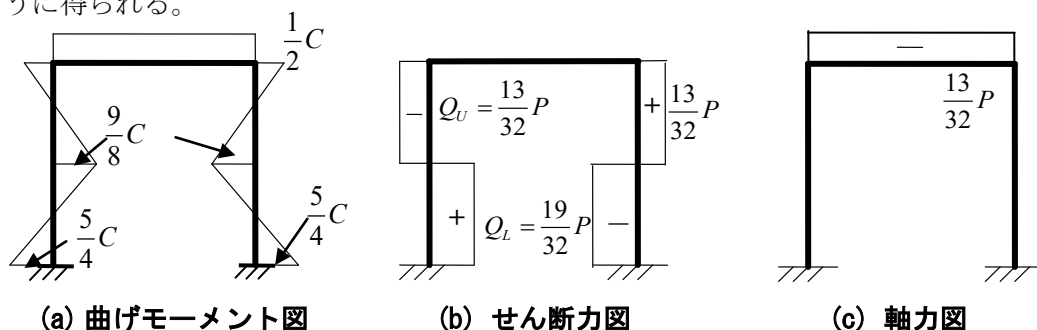


図 16 柱の中間に集中荷重を有する両端固定の骨組の断面力図

5) 両端固定支持門型ラーメン+同方向柱部材水平荷重 ex81_2

次に、図 17 に示す骨組の応力解析を行い、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を求める。このモデルは対称形状で逆対称荷重、従って逆対称応力・変形状態となる。ここでは、逆対称条件を用いて骨組の半分で応力解析を行う。中間荷重のある部材①と③の基本応力を以下に示す。特に部材③の固定端モーメントが前のモデルと逆になっていることに注意されたい。

$$C_1 = \frac{Ph}{8} = C; \quad M_0 = 2C; \quad \bar{Q}_1 = \frac{P}{2} \quad \dots\dots(39)$$

固定境界及び逆対称条件を考慮して、部材の基本式を示す。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= \varphi_2 + \psi - C; & M_{21} &= 2\varphi_2 + \psi + C = M_{34} \\ M_{23} &= 6\varphi_2 = M_{32} \leftarrow \varphi_2 = \varphi_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(40)$$

上記の材端モーメントには、未知変数が φ_2 と ψ の 2 つある。従って、釣合式は 2 つ、節点 2 のモーメントの釣合と、層モーメントの釣合が必要となる。まず、節点 2 のモーメントの釣合を以下に示す。

$$M_{21} + M_{23} = 0 \rightarrow 8\varphi_2 + \psi + C = 0 \quad \dots\dots(41)$$

次に、層モーメントの釣合であるが、まず、柱頭で切断し、その上の

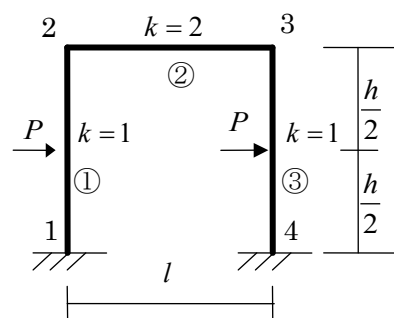


図 17 柱に逆対称集中荷重を受ける両端固定支持の骨組

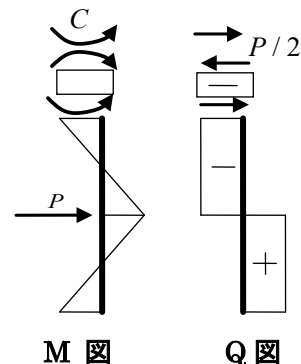


図 18 柱の基本応力

外力と切断した柱のせん断力との水平方向の力の釣合を考える。ここでは、上階の水平外力はゼロであり、図 19 のように、柱のせん断力と柱に加わる水平方向集中荷重による外力の釣合となる。

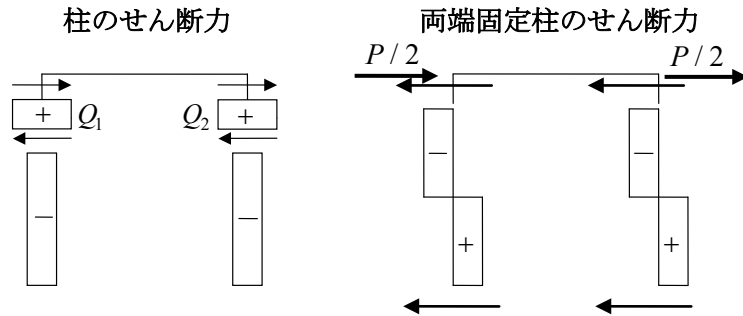


図 19 層せん断力の釣合

つまり、層せん断力の釣合は、図 19 を参考にすると $-(Q_1 + \bar{Q}_1) = 0$ となり、式 (39) と (40) より層モーメントの釣合は次式となる。

$$\frac{M_{12} + M_{21}}{h} + \frac{P}{2} = 0 \rightarrow M_{12} + M_{21} = -\frac{P}{2}h \rightarrow \varphi_2 + \psi + 2\varphi_2 + \psi = -\frac{Ph}{2} \quad \dots(42)$$

再度、上式と式 (41) を整理すると、次の連立方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} 8\varphi_2 + \psi &= -C \\ \varphi_2 + \frac{2}{3}\psi &= -\frac{Ph}{6} = -\frac{4}{3}C \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 1 & 2/3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \psi \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} C \\ 4C/3 \end{Bmatrix} \quad \dots(43)$$

上式を解くと、骨組の変位が次のように得られる。

$$\varphi_2 = \frac{2}{13}C; \quad \psi = -\frac{29}{13}C \quad \dots\dots(44)$$

得られた回転角 φ_2 と部材角 ψ を式 (40) に代入すると、各部材の材端モーメントが以下のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= \frac{2}{13}C - \frac{29}{13}C - C = -\frac{40}{13}C; \quad M_{21} = \frac{4}{13}C - \frac{29}{13}C + C = -\frac{12}{13}C \\ M_{23} &= \frac{12}{13}C \end{aligned} \right\} \dots(45)$$

部材①の中央の曲げモーメントは次のようになり、

$${}_1M_c = M_0 - \frac{1}{2}\left(-\frac{12}{13}C + \frac{40}{13}C\right) = \frac{12}{13}C \quad \dots\dots(46)$$

また、部材のせん断力は、次式となる。

$${}_cQ_L = \left(\frac{40}{13} + \frac{12}{13}\right)\frac{2C}{h} = \frac{8}{h} \frac{Ph}{8} = P; \quad {}_cQ_U = 0 \quad \dots\dots(47)$$

$${}_bQ = \left(\frac{12}{13} + \frac{12}{13}\right)\frac{C}{l} = \frac{3}{13} \frac{Ph}{l} \quad \dots\dots(48)$$

以上をまとめ、図 21 に曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を示す。読者は、この断面力図より反力を求め、外力と反力の釣合を確認されたい。

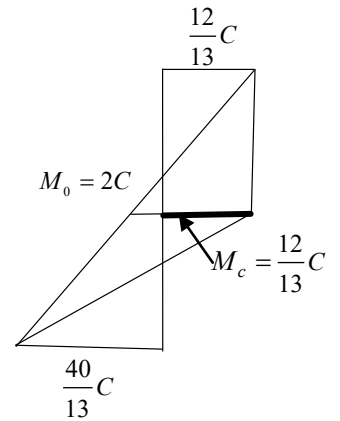
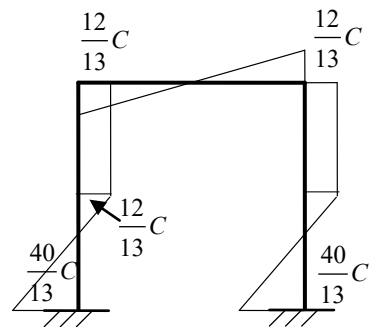
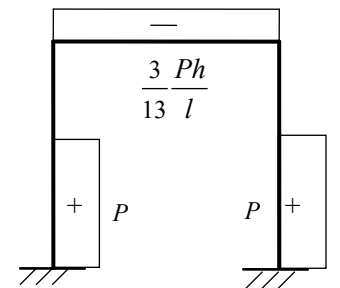


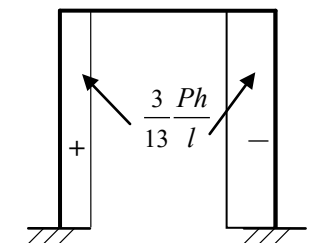
図 20 求めた応力と基本応力を重ね合わせる



(a) 曲げモーメント図



(b) せん断力図



(c) 軸力図

図 21 柱に逆対称集中荷重を受ける両端固定支持骨組の断面力図