基礎８１話 No.3　柱に部材荷重が加わる場合の層モーメントの釣合

付 18 話参照
ex81_1

今回は、柱に中間荷重(部材荷重とも言う)が加わる場合で、層せん断力の釣合について学ぶ。ここでは、柱に加わる中間荷重をどのように扱うかが課題となる。梁の部材荷重と同様、まず図 10 のように両端固定とした場合の応力・反力を求める。次に、反力に釣合う節点外力を骨組に加え、たわみ角法を用いて応力解析を行う。後は、解析結果の部材応力に、先に求めておいた両端固定の応力状態を足すことで、実際の応力状態を求める。この手続きを行う際、理解し難いのは次の 2 点である。ひとつ目は、層せん断力に関する釣合式であり、二つ目は、最終的に求める柱のせん断力である。この 2 点についてさらに検討しよう。

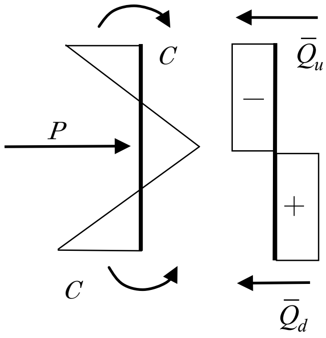

図 10 部材荷重による曲げモーメント、せん断力と反力

最初に、層せん断力と外力との釣合について考える。層せん断力と外力の釣合は、図 11 を参考にすると、柱頭において

$$-\Sigma Q_j - \Sigma \bar{Q}_j + \Sigma P_i = 0 \qquad \cdots\cdots(25)$$

となる。上式の左辺第 1 項は、切断面における全柱のせん断力の和であり、第 2 項は、柱部材荷重による基本応力のせん断力に対応する仮想の力を、切断面にある柱全てについて和を取った値である。第 3 項は切断面より上層の水平荷重の和である。ただし、上層の柱に中間荷重がある場合、それらの総和にこの中間水平荷重を加える。つまり、この切断面より上の水平外力の総和を表す。

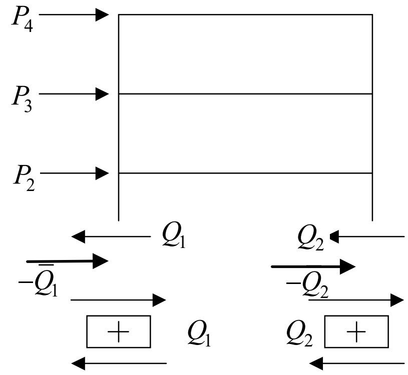

図 11 柱に部材荷重がある場合の層方程式

部材荷重のない場合のたわみ角法の基本式は、

$$\bar{M}_{ij} = k(2\varphi_i + \varphi_j + \psi);\quad \bar{M}_{ji} = k(2\varphi_j + \varphi_i + \psi) \qquad \cdots\cdots(26)$$

であり、従って、式(25)の第 1 項の柱のせん断力は、

$$Q_j = -(\bar{M}_{ij} + \bar{M}_{ji})/h \qquad \cdots\cdots(27)$$

である。上式を式(25)に代入すると、層せん断力の釣合式が以下のように与えられる。

$$\Sigma\frac{(\bar{M}_{ij} + \bar{M}_{ji})}{h} = \Sigma\bar{Q}_j - \Sigma P_i \qquad \cdots\cdots(28)$$

また、層モーメントの釣合は、両辺に当該層の高さ h をかけることで次式となる。

$$\Sigma(\bar{M}_{ij} + \bar{M}_{ji}) = \Sigma\bar{Q}_j h - \Sigma P_i h \qquad \cdots\cdots(29)$$

部材の中間に荷重がある場合、両端固定の応力状態と節点荷重による部材の応力状態を重ね合わせることで断面力を求めることができる。ただし、次式で示す材端モーメントの基本式を用いれば、部材端部の応力は自動的に得られる。この場合、部材内部の応力は、基本式から得た応

力状態に単純梁の応力状態を重ねることで求められる。

$$M_{ij} = k(2\varphi_i + \varphi_j + \psi) - C_{ij}; \quad M_{ji} = k(2\varphi_j + \varphi_i + \psi) + C_{ji} \qquad \cdots\cdots(30)$$

同様に、せん断力は、解析から得られた応力に両端固定として得た基本応力のせん断力を足すことで得られる。

$$Q = Q_j + \bar{Q}_j \qquad \cdots\cdots(31)$$

ここで、Q_j は骨組の解析で得た応力であることから、せん断力は式(26)の $\bar{M}_{ij}, \bar{M}_{ji}$ を用いると

$$Q_j = -\frac{\bar{M}_{ji} + \bar{M}_{ij}}{h} \qquad \cdots\cdots(32)$$

として与えられる。また、$\bar{Q}_j$ は両端固定梁のせん断力である。

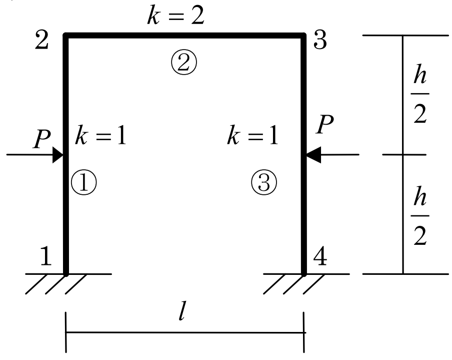

図 12 柱の中間に集中荷重を有する両端固定の骨組

4）両端固定支持門型ラーメン＋逆方向柱部材水平荷重　**ex81_1**

柱に中間荷重がある構造物の応力解析を行い、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を求める。ここでは、図 12 に示す骨組の応力解析を行う。この骨組は対称形状で対称荷重が加わっていることから対称応力・対称変形状態となる。

境界条件と対称条件を考慮して、図 13 のように部材①と③に加わる水平荷重に対する基本応力を求める。

$$\left.\begin{aligned} &\text{①部材：}\ {}_1C = \frac{Ph}{8} = C; {}_1M_0 = 2C; \bar{Q}_1 = \frac{P}{2} \\ &\text{③部材：}\ {}_3C = -\frac{Ph}{8} = -C; {}_3M_0 = -2C; \bar{Q}_3 = -\frac{P}{2} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(33)$$

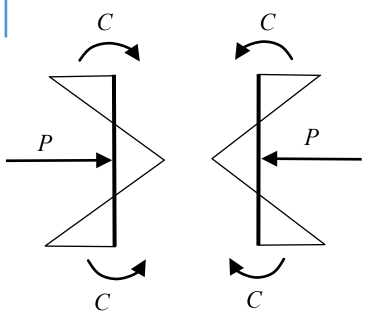

図 13 部材荷重の固定端モーメント

固定境界と対称条件を考慮して、たわみ角法の基本式を示す。

$$\left.\begin{aligned} &M_{12} = \varphi_2 - C = -M_{43}; \quad M_{21} = 2\varphi_2 + C = -M_{34} \\ &M_{23} = 2\varphi_2 = -M_{32} \leftarrow \quad \varphi_2 = -\varphi_3 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(34)$$

上式から分かるように、未知数は φ_2 ひとつであり、方程式はひとつあれば良い。節点 2 でのモーメントの釣合を考えると、次式が得られる。この釣合式を解くと、回転角 φ_2 が次のように得られる。

$$M_{21} + M_{23} = 0 \rightarrow 2\varphi_2 + C + 2\varphi_2 = 0 \rightarrow \varphi_2 = -C/4 \qquad \cdots(35)$$

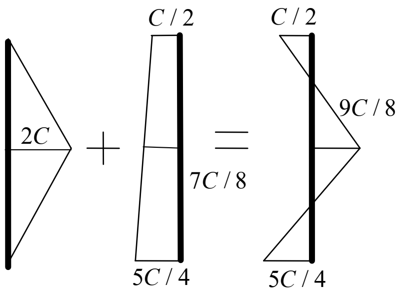

図 14 柱の曲げモーメント１

求めた回転角 φ_2 を、材端モーメントに代入すると以下となる。

$$M_{12} = -\frac{C}{4} - C = -\frac{5}{4}C; \quad M_{21} = -\frac{C}{2} + C = \frac{C}{2}; \quad M_{23} = -\frac{C}{2} \qquad \cdots(36)$$

部材①の中央位置(荷重点)の曲げモーメントは図 14 を参考にすると、

$$M_c = M_0 - \frac{1}{2}\left(\frac{C}{2} + \frac{5}{4}C\right) = 2C - \frac{7}{8}C = \frac{9}{8}C \qquad \cdots\cdots(37)$$

となる。実際の柱内部の応力状態は、図 15 のように、両端固定の応力状態に解析結果による応力を重ね合わせた断面力分布となる。

以降は次回お話しする。

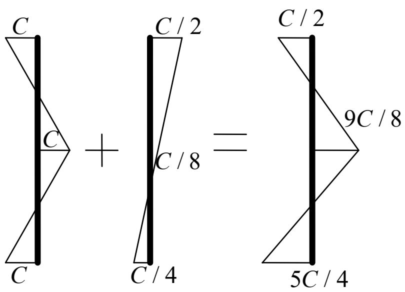

図 15 柱の曲げモーメント２