



基礎 7 6 話 No.4 一端固定・他端ピン支持の連梁
と両端ピン支持の連梁

付 17 話参照
ex75_3

前回の続きで、図 15 に示す連梁で境界条件を変化させたモデルに対し、たわみ角法を用いて応力解析を行う。図 15(a) は節点 1 がピン支持、同図(b) では節点 3 もピン支持とする。まず、図 15(a) のモデルの応力解析の続きを行う。

前回では、既に節点 2 におけるモーメントの釣合より、回転角の値を求めた。この回転角 θ_2 を、境界条件を考慮した材端モーメントに代入すると、次式が得られた。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} = 0; \quad M_{21} = \frac{2EI}{l} \left(1.5 \frac{1C}{7EI} \right) = \frac{3C}{7} \\ M_{23} = \frac{2EI}{l} \left(2 \frac{1C}{7EI} \right) - C = -\frac{3C}{7}; \quad M_{32} = \frac{2EI}{l} \left(\frac{1C}{7EI} \right) + C = \frac{9C}{7} \end{aligned} \right\} \dots(31)$$

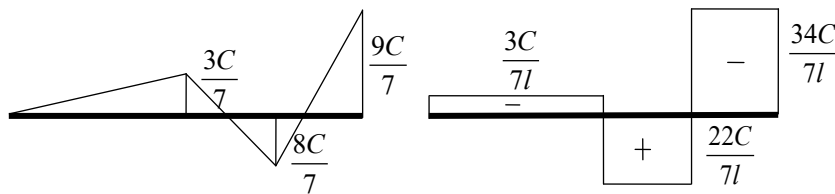
続いて、図 16 を参考にして、荷重の加わっている部材②の荷重直下の曲げモーメント M_c を求める。

$$M_c = M_0 - (M_{32} - M_{23}) / 2 = 2C - \left(\frac{9C}{7} + \frac{3C}{7} \right) / 2 = 2C - \frac{6}{7}C = \frac{8}{7}C \quad \dots(32)$$

次に、せん断力分布として、部材①の Q_1 及び部材②の中央より左 Q_{2L} と右 Q_{2R} は、次ようになる。

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \left(-\frac{3C}{7} \right) / l = -\frac{3}{7l}C = -\frac{3}{56}P \quad \leftarrow C = \frac{Pl}{8} \\ Q_{2L} &= \left(\frac{8}{7}C + \frac{3C}{7} \right) / 0.5l = \frac{22}{7l}C = \frac{22}{56}P \\ Q_{2R} &= \left(-\frac{9}{7}C - \frac{8}{7}C \right) / 0.5l = -\frac{34}{7l}C = -\frac{34}{56}P \end{aligned} \right\} \dots(33)$$

これまでに求めた各部材の応力をまとめると、骨組全体の曲げモーメント分布及びせん断力分布が図 17 として示される。

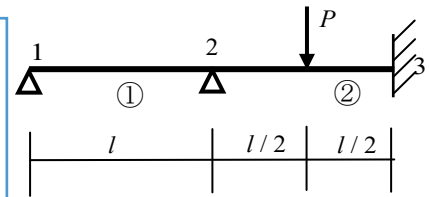


(a) 曲げモーメント図 (b) せん断力図

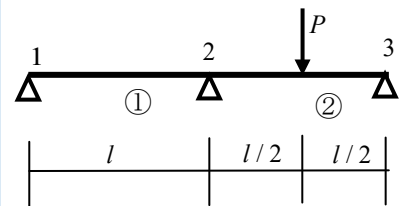
図 17 一端ピン・他端固定の連梁の断面力図

次に、支持点における反力及び荷重直下の釣合を、部材の断面力から求めてみよう。節点 1 と 3 の反力は、図 18 より

$$\left. \begin{aligned} -V_1 + Q_1 = 0 \rightarrow V_1 = -\frac{3P}{56}; \quad Q_R + V_3 = 0 \rightarrow V_3 = \frac{34P}{56} \\ M_3 - M_{32} = 0 \rightarrow M_3 = \frac{9C}{7} = \frac{9Pl}{56} \end{aligned} \right\} \dots(34)$$



(a) 一端ピン・他端固定の連梁



(b) 両端ピン支持の連梁

図 15 境界を変化させた連梁の応力解析

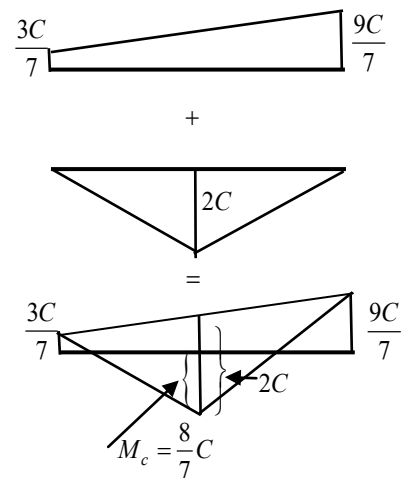


図 16 部材内の曲げモーメント分布

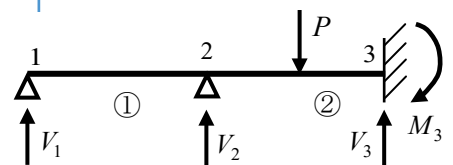


図 18 荷重と反力の仮定

となり、節点 2 及び荷重直下での釣合は、

$$\left. \begin{aligned} -V_2 - Q_1 + Q_L = 0 \rightarrow V_2 &= \frac{3P}{56} + \frac{22P}{56} = \frac{25P}{56} \\ P - Q_{2L} + Q_{2R} = P - \frac{22P}{56} - \frac{34P}{56} &\rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \dots(35)$$

となる。外力と反力の釣合及び節点 1 でのモーメント釣合は、

$$\left. \begin{aligned} \sum Y = -V_1 - V_2 - V_3 + P &= \frac{3P}{56} - \frac{25P}{56} - \frac{34P}{56} + P \rightarrow 0 \\ M_1 = M_3 - V_2 l - 2IV_3 + 1.5IP &= \frac{9Pl}{56} - \frac{25Pl}{56} - \frac{68Pl}{56} + 1.5Pl = -\frac{84Pl}{56} + 1.5Pl \rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \dots(36)$$

となり、両者ともに釣合っている。

4) 両端ピン支持の連梁

ex75_3

続いて、図 15(b) のモデルの応力解析を行う。ここでは両部材の材端モーメントは一端ピン・他端剛接合の次式で与えられる。

部材① $M_{12} = 0; M_{21} = \frac{2EI}{l}(1.5\theta_2)$ (37)

部材② $M_{23} = \frac{2EI}{l}(1.5\theta_2) - \bar{C}; M_{32} = 0$ (38)

一端ピン・他端固定梁の中央集中荷重の基本応力は、以下のものである。

$$C = \frac{Pl}{8}; \bar{C} = 1.5C; M_0 = \frac{Pl}{4} = 2C; Q = \frac{P}{2}; \bar{Q}_L = Q - \frac{1.5C}{l}; \bar{Q}_R = -Q - \frac{1.5C}{l} \dots\dots(39)$$

節点 2 におけるモーメントの釣合より、回転角 θ_2 が次式で得られる。

$$M_{21} + M_{23} = 0 \rightarrow \frac{2EI}{l}(1.5\theta_2) + \frac{2EI}{l}(1.5\theta_2) - \bar{C} = 0 \rightarrow \theta_2 = \frac{l\bar{C}}{6EI} \dots(40)$$

求めた回転角 θ_2 を式 (37) と (38) に代入すると、材端モーメントが各々得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} = 0; M_{21} &= \frac{2EI}{l}(1.5 \frac{l\bar{C}}{6EI}) = \frac{\bar{C}}{2} = \frac{3C}{4} \\ M_{23} &= \frac{2EI}{l}(1.5 \frac{l\bar{C}}{6EI}) - \bar{C} = -\frac{\bar{C}}{2} = -\frac{3C}{4}; M_{32} = 0 \end{aligned} \right\} \dots(41)$$

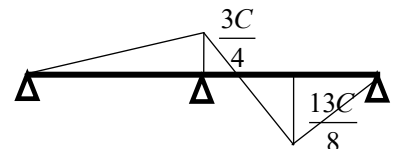
続いて、荷重の加わっている部材②の荷重直下の曲げモーメントを求めると、

$$M_c = M_0 - (-M_{23})/2 = 2C - (-\frac{\bar{C}}{2})/2 = 2C - \frac{1.5C}{4} = \frac{13}{8}C \dots(42)$$

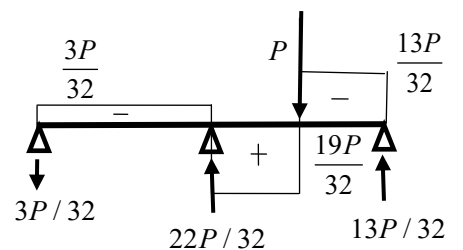
次に、せん断力分布として、部材①の Q_1 及び部材②の中央より左 Q_{2L} と右 Q_{2R} は、次ようになる。

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= (-\frac{3C}{4})/l = -\frac{3C}{4l} = -\frac{3}{32}P \\ Q_{2L} &= (\frac{13}{8}C + \frac{3C}{4})/0.5l = \frac{19}{4l}C = \frac{19}{32}P \\ Q_{2R} &= (-\frac{13}{8}C)/0.5l = -\frac{13}{4l}C = -\frac{13}{32}P \end{aligned} \right\} \dots\dots(43)$$

これまでに求めた各部材の応力をまとめると、骨組全体の曲げモーメント図及びせん断力図が図 19 に示される。



(a) 曲げモーメント図



(b) せん断力図と節点 1 でのモーメントの釣合

図 19 連梁の断面力図