



基礎 7 5 話 No.3 両端固定支持の連梁 + 右梁中央集中荷重

付 17 話参照
ex75_2

前回の続きで、図 7 に示す両端固定の連梁を、たわみ角法により応力解析を行う。ここでは、梁中央集中荷重が加わっている部材 2 について考える。材端モーメントと部材内応力のモーメントの釣合が、図 9 に示されている。部材内の応力は、応力解析により求めた応力状態と両端固定の応力状態を重ね合わせて求める。ただし、両端固定の材端応力は、式(19)の M_{23} , M_{32} から分かるように既に固定端力として考慮されている。そのため、図 9 (b) の曲げモーメント分布に、図 10 で示す単純梁の応力状態を加えることで、部材内の曲げモーメント分布を求めても良い。一般にはこの方法が良く用いられる。部材中央の曲げモーメント M_c は、図 10 から次式で求められる。

$$M_c = M_0 - (M_{32} - M_{23}) / 2 = M_0 - \left(\frac{5}{4}C + \frac{C}{2}\right) / 2 = 2C - \frac{7}{8}C = \frac{9}{8}C \quad \dots(23)$$

結果、図 10 に示すような曲げモーメント分布が得られる。次に、せん断力分布として、中央より左 Q_L と右 Q_R は次のようになり、図 11 に描かれる。

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= -\left(\frac{C}{2} + \frac{C}{4}\right) / l = -\frac{3}{4l}C = -\frac{3}{32}P \\ Q_{2L} &= \left(\frac{9}{8}C + \frac{C}{2}\right) / 0.5l = \frac{13}{4l}C = \frac{13}{32}P \quad \leftarrow C = \frac{Pl}{8} \\ Q_{2R} &= \left(-\frac{5}{4}C - \frac{9}{8}C\right) / 0.5l = -\frac{19}{4l}C = -\frac{19}{32}P \end{aligned} \right\} \dots(24)$$

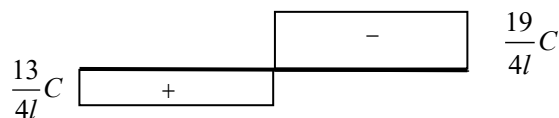


図 11 右部材内のせん断力分布

これまでに求めた各部材の応力をまとめると、骨組全体の曲げモーメント図及びせん断力図が図 12 に示される。

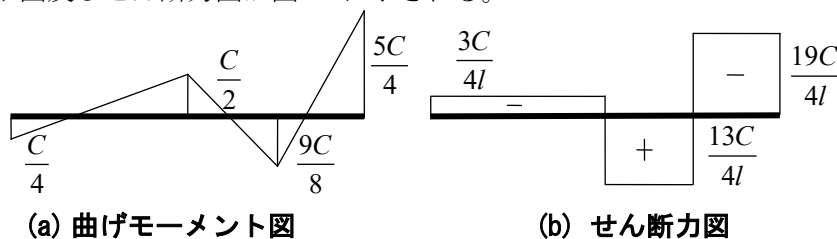


図 12 構造物の曲げモーメント図とせん断力図

次に、支持点における反力を、部材の断面力との力の釣合より求めてみよう。図 13 と 14 に示す部材断面力と反力との力の釣合より、節点の

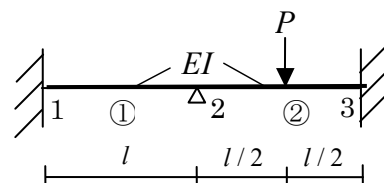
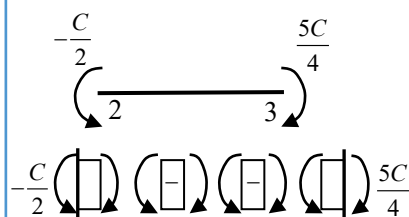
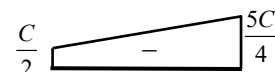


図 7 両端固定の連梁



(a) 材端モーメントと梁端部の曲げモーメントの釣合



(b) 曲げモーメント図

図 9 部材 2 の材端モーメントと部材内曲げモーメントの釣合

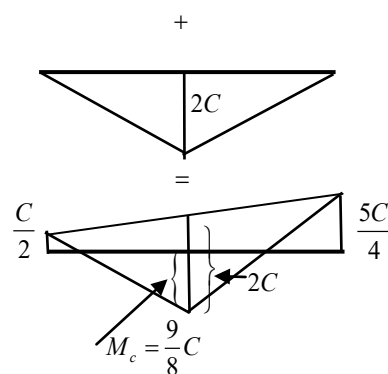
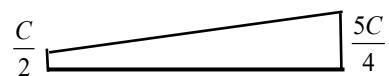


図 10 部材内の曲げモーメント分布

反力が図 14 のように求められる。

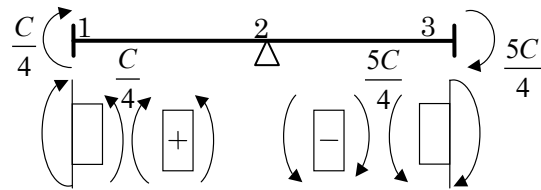


図 13 曲げモーメントと反力の釣合

得られた反力から図 14 を参考にして、外力と反力との釣合を確認する。まず、上下方向の力は、

$$\sum Y = P + \frac{3P}{32} - \frac{P}{2} - \frac{19P}{32} \rightarrow 0 \quad \dots\dots(25)$$

となり、釣合っていることが理解できる。次に、モーメントの釣合であるが、ここでは、節点 1 に関するモーメントを考える。節点 1 におけるモーメントは、

$$M_1 = \frac{C}{4} + \frac{5C}{4} - \frac{Pl}{2} + \frac{3Pl}{2} - \frac{2 \cdot 19Pl}{32} = \frac{3Pl}{16} - \frac{8Pl}{16} + \frac{24Pl}{16} - \frac{19Pl}{16} \rightarrow 0 \quad \dots\dots(26)$$

となり、これも釣合っていることが分かる。

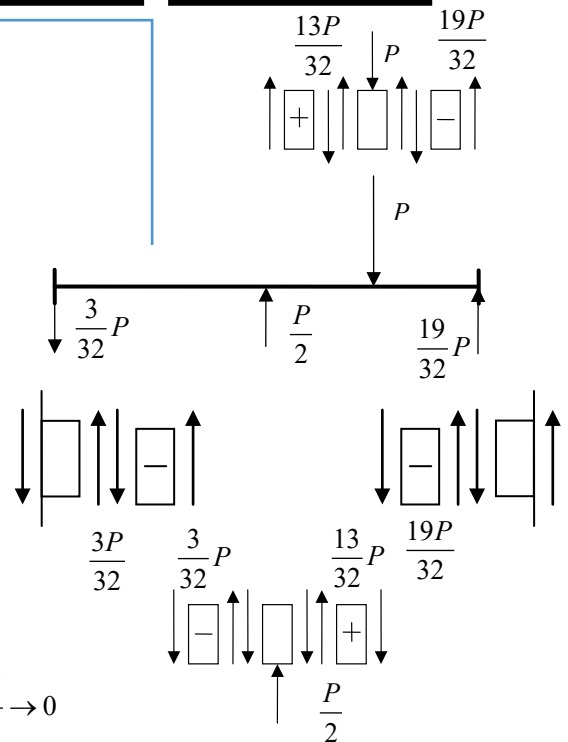


図 14 せん断力と反力の釣合

4) 一端固定・他端ピン支持の連梁

ex75_2

前のモデルとほぼ同じで、境界条件を変えて応力解析を行う。図 15 (a) は節点 1 がピン支持となり、同図 (b) では節点 3 もピン支持となる。まず、図 15 (a) のモデルの応力解析を行う。

部材番号①の一端ピン・他端剛接合の材端モーメント、同じく②の一端固定支持のたわみ角法の基本式は次式で与えられる。

部材① $M_{12} = 0; M_{21} = \frac{2EI}{l}(1.5\theta_2) \quad \dots\dots(27)$

部材② $M_{23} = \frac{2EI}{l}(2\theta_2) - C; M_{32} = \frac{2EI}{l}(\theta_2) + C \quad \dots\dots(28)$

上記の中央集中荷重の基本応力は、以下のようである。

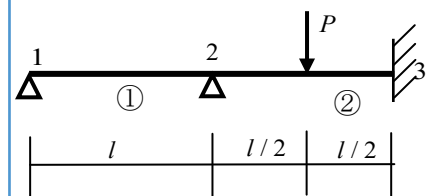
$$C = \frac{Pl}{8}; M_0 = \frac{Pl}{4} = 2C; Q = \frac{P}{2} \quad \dots\dots(29)$$

上で示した両部材の材端モーメントには、既に節点 1 のピン支持と節点 3 の固定支持の境界条件 ($\theta_3 = 0$) が適用されている。節点 2 におけるモーメントの釣合より、回転角 θ_2 が次のように求められる。

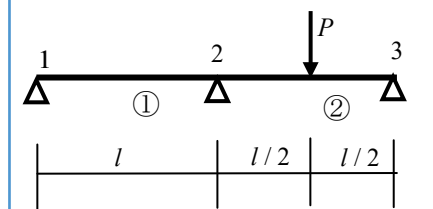
$$M_{21} + M_{23} = 0 \rightarrow \frac{2EI}{l}(1.5\theta_2) + \frac{2EI}{l}(2\theta_2) - C = 0 \rightarrow \theta_2 = \frac{lC}{7EI} \quad \dots\dots(30)$$

求めた回転角を式 (27) と (28) に代入すると、次のように材端モーメントが得られる。以降は次回お話しする。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 0; M_{21} = \frac{2EI}{l}(1.5 \frac{lC}{7EI}) = \frac{3C}{7} \\ M_{23} &= \frac{2EI}{l}(2 \frac{lC}{7EI}) - C = -\frac{3C}{7}; M_{32} = \frac{2EI}{l}(\frac{lC}{7EI}) + C = \frac{9C}{7} \end{aligned} \right\} \dots\dots(31)$$



(a) 一端ピン・他端固定の連梁



(b) 両端ピン支持の連梁

図 15 境界を変化させた連梁の応力解析