



基礎 7 4 話 No.2 はね出しを有する単純梁+先端集中荷重

付 17 話参照
ex75_1

前回の続きで、図 5 に示す単純支持で他端にはね出しがある梁を、たわみ角法を用いて応力解析を行う。既に一端が固定の梁を応力解析した。ここでは、先の例に従って応力解析を行い、解析順序を十分に理解しよう。まず、一端ピン・他端が剛接合の基本式を以下に示す。ここでは、部材角も部材荷重もない。

$$M_{12} = 0; \quad M_{21} = \frac{2EI}{l}(1.5\theta_2) \quad \dots\dots(9)$$

次に、節点 2 でのモーメントの釣合を考えると、次式の左となり、式(9)の基本式を代入すると、釣合式が得られる。

$$-M_{21} + Pl = 0 \rightarrow Pl = \frac{2EI}{l}(1.5\theta_2) \quad \dots\dots(10)$$

従って、回転角 θ_2 は、

$$\theta_2 = \frac{Pl^2}{3EI} \quad \dots\dots(11)$$

得られた回転角を式(9)の材端モーメントに代入すると

$$M_{21} = \frac{2EI}{l} \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{Pl^2}{3EI} \right) = Pl \quad \dots\dots(12)$$

となる。得られた材端モーメントより、曲げモーメント図とせん断力図を図 6 に示す。また、先端のたわみと回転角は片持梁先端のたわみ v_3 及び回転角に、節点 2 の回転角による剛体変位を加えて表される。

$$v_3 = \bar{v}_3 + \theta_2 l = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl^2}{3EI} l = \frac{2Pl^3}{3EI}; \quad \theta_3 = \frac{Pl^2}{2EI} + \frac{Pl^2}{3EI} = \frac{5Pl^2}{6EI} \quad \dots\dots(13)$$

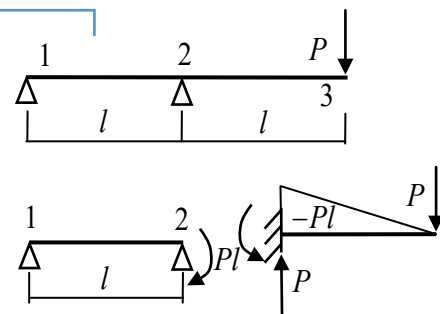
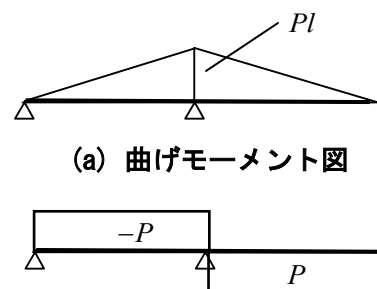


図 5 単純梁・はね出し+先端集中荷重



(a) 曲げモーメント図
(b) せん断力図
図 6 単純梁・はね出し梁の断面力図

3) 両端固定支持の連梁+右梁中央集中荷重

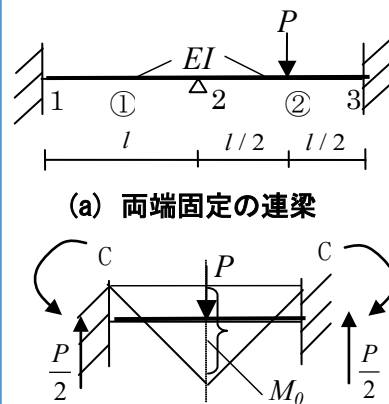
ex75_1

図 7 に示す両端固定の連梁で右側の梁に中央集中荷重のある場合について、たわみ角法で応力解析を行い、曲げモーメント図とせん断力図を求める。このモデルも節点移動がない骨組であり、また部材荷重が加わっているので、部材②の部材荷重に対する基本応力を求める。基本応力とは、両端固定状態における固定端モーメント C と単純梁状態における中央の曲げモーメント M_0 、及び端部のせん断力 Q をまとめた総称である。これを CM_0Q と呼ぶ場合もある。

中央集中荷重の基本応力は、以下のものであり、

$$C = \frac{Pl}{8}; \quad M_0 = \frac{Pl}{4} = 2C; \quad Q = \frac{P}{2} \quad \dots\dots(14)$$

参考のために等分布荷重の基本応力は、



(a) 両端固定の連梁
(b) 基本応力
図 7 両端固定の連梁+右梁中央集中荷重

$$C = \frac{p_w l^2}{12}; M_0 = \frac{p_w l^2}{8} = \frac{3C}{2}; Q = \frac{p_w l}{2} \quad \dots\dots(15)$$

となる。この2種の基本応力は、今後良く使用するので覚えておこう。

部材①、②に対してたわみ角法の基本式を適用する。

$$\text{部材①} \quad M_{12} = \frac{2EI}{l}(2\theta_1 + \theta_2); M_{21} = \frac{2EI}{l}(2\theta_2 + \theta_1) \quad \dots\dots(16)$$

$$\text{部材②} \quad M_{23} = \frac{2EI}{l}(2\theta_2 + \theta_3) - C; M_{32} = \frac{2EI}{l}(2\theta_3 + \theta_2) + C \quad \dots\dots(17)$$

上記の固定端モーメントの符号は、図 7(b)の基本応力のモーメント反力の方向で決めることになる。このモデルでは梁中央集中荷重なので、式(14)に示す基本応力を用いる。

次に、境界条件について考えてみよう。境界条件は節点 1 と 3 が固定支持であり、該当する節点の回転角は、次のようにゼロとなる。

$$\theta_1 = \theta_3 = 0 \quad \dots\dots(18)$$

上式を、式(16)と(17)の材端モーメントに代入すると、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= \frac{2EI}{l}(\theta_2); M_{21} = \frac{2EI}{l}(2\theta_2) \\ M_{23} &= \frac{2EI}{l}(2\theta_2) - C; M_{32} = \frac{2EI}{l}(\theta_2) + C \end{aligned} \right\} \dots\dots(19)$$

上式から分かるように、未知数は節点 2 の回転角 θ_2 のみである。釣合式は、節点 2 におけるモーメントの釣合より得られ、この釣合式から、 θ_2 が以下のように求められる。

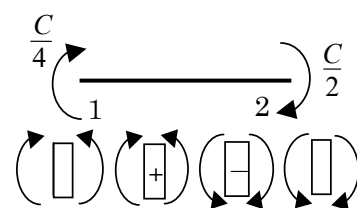
$$\begin{aligned} M_{21} + M_{23} = 0 &\rightarrow \frac{2EI}{l}(2\theta_2) + \frac{2EI}{l}(2\theta_2) - C = 0 \rightarrow \\ \frac{2EI}{l}(4\theta_2) &= C \rightarrow \theta_2 = \frac{l}{8EI}C \quad \dots\dots(20) \end{aligned}$$

次に部材の応力を求める。求めた回転角 θ_2 を式(19)に代入すると、各部材の材端モーメントが次のように得られる。

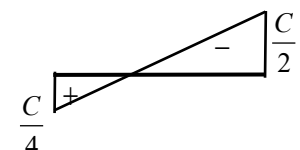
$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= \frac{2EI}{l} \cdot \frac{l}{8EI}C = \frac{C}{4}; M_{21} = \frac{2EI}{l} \cdot \frac{2l}{8EI}C = \frac{C}{2} \\ M_{23} &= \frac{2EI}{l} \cdot \frac{2l}{8EI}C - C = \frac{C}{2} - C = -\frac{C}{2}; M_{32} = \frac{2EI}{l} \cdot \frac{l}{8EI}C + C = \frac{5}{4}C \end{aligned} \right\} \dots\dots(21)$$

得られた材端モーメントと部材内端部の曲げモーメントとの釣合から、部材内部の応力状態を求める。最初に、部材①について検討しよう。図 8(a)では、材端モーメントと部材内の応力とのモーメントの釣合から部材端部の曲げモーメントが求められ、結果、同図(b)で示される曲げモーメント分布が得られる。部材内の曲げモーメント分布が分かれば、せん断力分布は容易に得られる。曲げモーメント分布が直線であることから、せん断力分布は定数であり、部材のせん断力分布は曲げモーメントの傾きより、次式となる。部材 2 については、次回検討しよう。

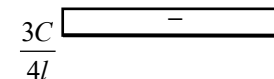
$$Q_1 = -\frac{M_{21} + M_{12}}{l} = -\frac{-M(l) + M(0)}{l} = -\left(\frac{C}{2} + \frac{C}{4}\right)/l = -\frac{3C}{4l} = -\frac{3}{32}P \quad \dots\dots(22)$$



(a) 部材①の材端モーメントと部材内曲げモーメントの釣合



(b) 曲げモーメント図



(c) せん断力図

図 8 部材①の材端モーメントと部材内曲げモーメントの釣合