



基礎 7 3 話 No.1 片持ち梁で中央支持+先端集中荷重

付 16 話参照
ex67_1; ex67_2

今回から、たわみ角法を用いて、簡単な骨組の応力解析を行う。解析手順や解いた骨組の断面力分布を良く理解しておこう。その前に、たわみ角法の分類及び利点と欠点を以下にまとめる。

R42 : たわみ角法の分類と釣合式

- └─ 節点移動のない場合 ; 節点モーメントの釣合式
- └─ 節点移動のある場合
 - └─ 整形ラーメン ; 節点モーメント+層モーメントの釣合式
 - └─ 異形ラーメン ; 節点モーメント+仮想仕事による釣合式

R43 : たわみ角法の利点と欠点

1 : 利点

1. 釣合式の自由度が圧倒的に小さく、手計算でも数値計算が可能となる
2. 変形場として回転角と部材角を用いており、平面骨組では座標変換を必要としない
3. 釣合式を機械的に求めることができる

2 : 欠点

1. 軸方向の伸縮を考慮しないため、軸力が自動的に求められない
2. 異形ラーメンでは、部材角間の依存関係を求める必要がある
3. 釣合式は連立方程式となり、実骨組では未知数が多数となり手計算では解析が難しい

簡単な例で、たわみ角法の有利さを実感してみよう。まず、節点移動のないモデルについて解析を行う。

1) 片持ち梁で中央支持+先端集中荷重 ex67_1

図 1 示すはね出し梁の先端に集中荷重 P が加わっており、先端の鉛直方向変位を求める。はね出し部分は片持ち梁の応力状態で表される。はね出し梁の反力と釣合う外力を加えて、図 1 下の左のような構造物の解析を行うことになる。この部材のたわみ角法の基本式を次のように示す。節点移動がないので部材角はゼロである。

$$M_{12} = \frac{2EI}{l}(2\theta_1 + \theta_2); \quad M_{21} = \frac{2EI}{l}(2\theta_2 + \theta_1) \quad \dots\dots(1)$$

上式では、部材の中間荷重がないので C_{12}, C_{21} はゼロとしている。ここで上式に境界条件を適用する。節点 1 は固定であるため $\theta_1 = 0$ であり、この境界条件を式(1)に適用すると、材端モーメントは次式となる。

$$M_{12} = \frac{2EI}{l}(\theta_2); \quad M_{21} = \frac{2EI}{l}(2\theta_2) \quad \dots\dots(2)$$

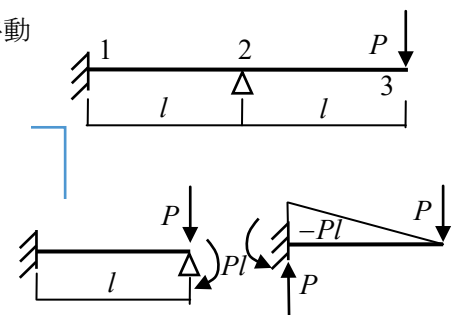


図 1 片持ち梁で中央支持のある梁に先端集中荷重

次に、節点 1、2 におけるモーメントの釣合を考える。図 2 を参考にすると、2 節点でのモーメントの釣合は以下のように得られる。ここで、 M_1 は固定端における反力であり、また、節点 2 における荷重 P は、直接支持点で支えられているため、釣合式には含まれない。

$$M_1 - M_{12} = 0; \quad -M_{21} + Pl = 0 \quad \dots\dots(3)$$

上式に、式(2)に示す材端モーメントを代入すると、

$$M_1 = \frac{2EI}{l} \theta_2; \quad \frac{2EI}{l} (2\theta_2) = Pl \quad \dots\dots(4)$$

となる。式(4)の右を用いると、未知数である節点 2 の回転角 θ_2 は、次のように得られる。

$$\theta_2 = \frac{Pl^2}{4EI} \quad \dots\dots(5)$$

得られた回転角を、式(2)に代入すると材端モーメント M_{12} と M_{21} は次式となる。

$$M_{12} = \frac{2EI}{l} \cdot \frac{Pl^2}{4EI} = \frac{Pl}{2}; \quad M_{21} = \frac{2EI}{l} \cdot \frac{2Pl^2}{4EI} = Pl \quad \dots\dots(6)$$

梁内部に生じる曲げモーメントは、部材内の曲げモーメントと外力・反力とのモーメントの釣合から、図 3 となることが分かる。曲げモーメント図は、断面の引張側に描くことに注意しよう。従って、骨組全体の曲げモーメント図は、図 4 となる。

また、先端のたわみと回転角は、片持梁先端のたわみ \bar{v}_3 と節点 2 の回転角による剛体変位との和で、次のように表される。

$$v_3 = \bar{v}_3 + \theta_2 \cdot l = \frac{Pl^3}{3EI} + \frac{Pl^2}{4EI} l = \frac{7Pl^3}{12EI}; \quad \theta_3 = \frac{Pl^2}{2EI} + \frac{Pl^2}{4EI} = \frac{3Pl^2}{4EI} \quad \dots\dots(7)$$

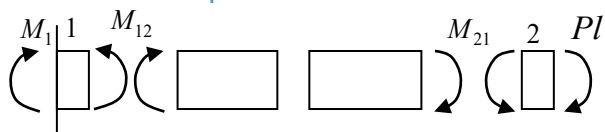


図 2 梁内部の断面力と材端力との力の釣合

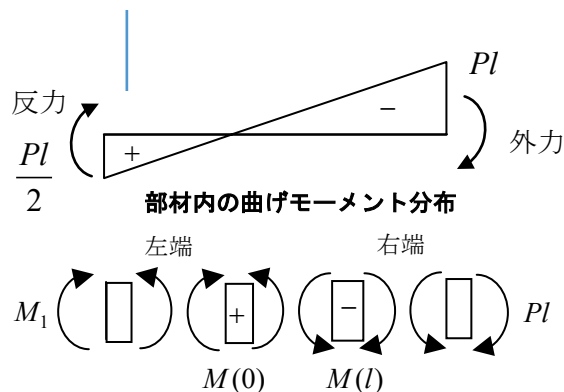


図 3 部材内の断面力と反力・外力との釣合

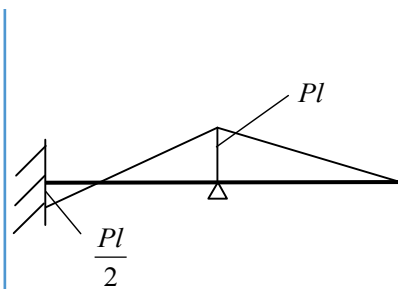


図 4 曲げモーメント図

2) 単純梁+はね出し ex67_2

前の例題とは、節点 1 の境界がピン支持である点が異なる。この構造物は前例題と同様にはね出し部分は片持ち梁の応力状態となるため、図 5 の下左の構造物について解析を行うことになる。この構造物は両端ピン支持であるが、節点にはモーメント荷重が加わるため、一端ピン・他端剛接合の基本式を使用する。以下にそのたわみ角法の基本式は、次式となる。

$$M_{12} = 0; \quad M_{21} = \frac{2EI}{l} (1.5\theta_2) \quad \dots\dots(8)$$

前例に従って、読者自身で応力解析を行ってみよう。

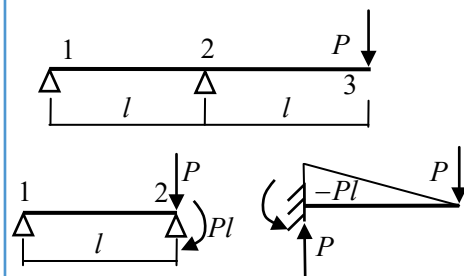


図 5 単純梁・はね出し梁+梁先端集中荷重