



基礎 7 2 話 No.4 ひじ型骨組
水平荷重による柱頭水平変位

付 13 話参照
ex53_1

今回は、誘導したたわみ角法の基本式を用いて、簡単なモデルの応力解析を行い、たわみ角法の解析順序を学ぶ。右図の骨組は静定構造であり、梁の微分方程式を用いて、断面力は元より節点変位や梁のたわみまで求めた(基礎 53 話参照)。ただし、同法は意外と面倒である。

1) ひじ型骨組+水平荷重 ex53_1

図 11 には、節点番号と部材番号が記されており、両部材とも一端ピンで他端剛接合となっている。一端ピン・他端剛接合の基本式は、

$$M_{ij} = 0; \quad M_{ji} = \frac{2EI}{l}(1.5\theta_j - 1.5R) + C_{ji} + \frac{1}{2}C_{ij} \quad \dots\dots(34)$$

であり、2つの部材の基本式は次式となる。ここで①、②は部材番号を表す記号である。なお、部材荷重はなく、梁には部材角は生じない。

$$\left. \begin{aligned} M_{13} = 0; \quad M_{31} &= \frac{2EI_c}{h}(1.5\theta_3 - 1.5R); \quad \text{① 部材} \\ M_{23} = 0; \quad M_{32} &= \frac{2EI_b}{l}(1.5\theta_3); \quad \text{② 部材} \end{aligned} \right\} \dots\dots(35)$$

上式には未知変数として、節点 3 の回転角 θ_3 と柱の部材角 R があり、従って、釣合式は 2 つ必要となる。ここでは、以下の節点 3 でのモーメントの釣合と、柱 1 本と外力との層モーメントの釣合を用いる。

$$M_{31} + M_{32} = 0; \quad M_{31} = -Ph \quad \dots\dots(36)$$

上式に、式(35)を代入すると、次の釣合式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} K_c(1.5\theta_3 - 1.5R) + K_b(1.5\theta_3) &= 0 \rightarrow (K_c + K_b)\theta_3 - K_cR = 0 \\ K_c(1.5\theta_3 - 1.5R) &= -Ph \rightarrow K_c\theta_3 - K_cR = -2Ph/3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(37)$$

ただし、

$$K_c = \frac{2EI_c}{h}; \quad K_b = \frac{2EI_b}{l} \quad \dots\dots(38)$$

式(37)で、上式から下式を引くと、節点 3 の回転角 θ_3 が得られる。

$$K_b\theta_3 = 2Ph/3 \rightarrow \theta_3 = \frac{2Ph}{3K_b} = \frac{Phl}{3EI_b} \quad \dots\dots(39)$$

上式を式(37)の上に代入すると、柱の部材角 R が得られる。

$$R = \frac{(K_c + K_b) 2Ph}{K_c 3K_b} = \frac{2Ph}{3} \left(\frac{1}{K_b} + \frac{1}{K_c} \right) \quad \dots\dots(40)$$

求めた θ_3 と R を両部材の式(35)に代入することで、部材の材端モーメントが得られる。

$$\begin{aligned} M_{31} &= 1.5K_c(\theta_3 - R) = 1.5K_c \left(\frac{2Ph}{3K_b} - \frac{2Ph}{3} \left(\frac{1}{K_b} + \frac{1}{K_c} \right) \right) \\ &= Ph \left(\frac{K_c}{K_b} - \frac{K_c}{K_b} - \frac{K_c}{K_c} \right) = -Ph \quad \dots\dots(41) \end{aligned}$$

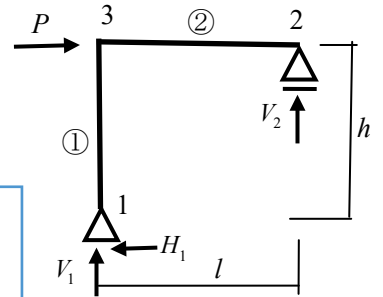
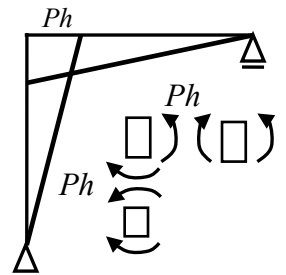
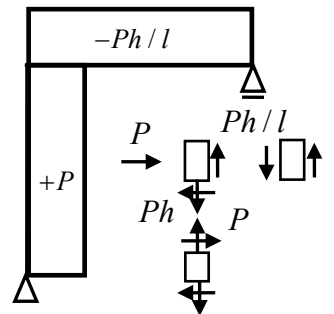


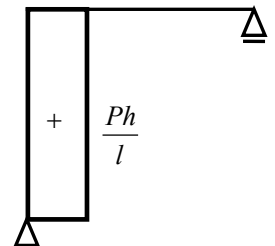
図 11 ひじ型骨組 + 水平荷重



(a) 曲げモーメント図



(b) せん断力図



(c) 軸力図

図 12 骨組の断面力図と節点 3 での力の釣合

$$M_{32} = 1.5K_b\theta_3 = 1.5K_b \frac{2Ph}{3K_b} = Ph \quad \dots\dots(42)$$

節点 3 の水平方向変位は、柱の部材角を用いると次式で与えられる。

$$\delta = Rh = \frac{2Ph^2}{3} \left(\frac{1}{K_b} + \frac{1}{K_c} \right) \quad \dots\dots(43)$$

以上のように、たわみ角法を用いると、複雑な骨組でも比較的容易に応力解析が実施でき、しかも、後で学ぶように機械的に釣合式が得られる。図 13 には、求めた骨組の変形状態を示す。

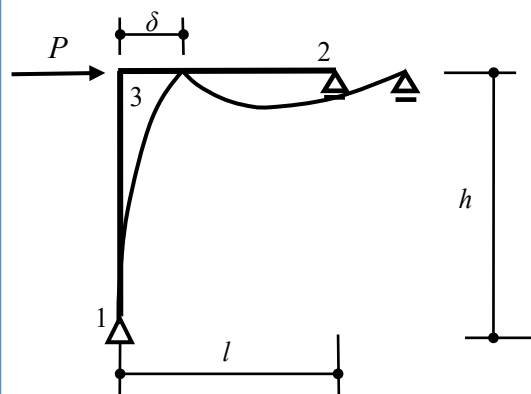


図 13 骨組の変形状態

以下に、これまでに誘導したたわみ角法に関する基本式と釣合式をまとめます。必ず覚えておこう。

R39 : たわみ角法の基本式その 1

1 : 両端剛接合の場合

$$M_{ij} = \frac{2EI}{l} (2\theta_i + \theta_j - 3R) - C_{ij}$$

$$M_{ji} = \frac{2EI}{l} (2\theta_j + \theta_i - 3R) + C_{ji}$$

部材角と固定端モーメント

$$R = \frac{v_j - v_i}{l}; \quad C_{ij}, C_{ji}$$

2 : 一端ピン・他端剛接合の場合

$$M_{ij} = 0$$

$$M_{ji} = \frac{2EI}{l} (1.5\theta_j - 1.5R) + C_{ji} + \frac{1}{2}C_{ij}$$

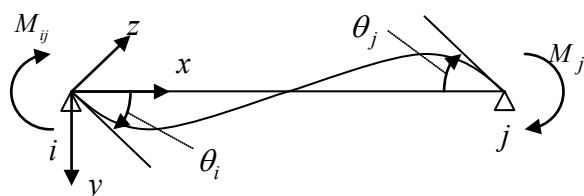


図 14 梁材端変位と材端モーメント

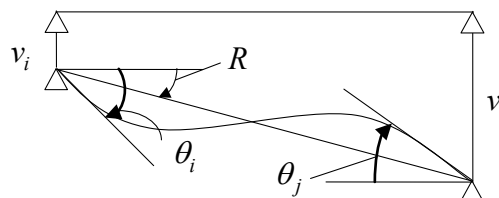


図 15 部材角と両端変位の関係

R40 : たわみ角法の基本式その 2

標準剛度 $K_0 = 2EI_0 / l_0$ を用いてたわみ角法の基本式を変換する。パラメータ k は剛比という。

パラメータ変換

$$k = \frac{K}{K_0}; \quad K = \frac{2EI}{l}$$

$$\varphi_i = \theta_i K_0; \quad \psi = -3RK_0$$

両端剛接合

$$M_{ij} = k(2\varphi_i + \varphi_j + \psi) - C_{ij}$$

$$M_{ji} = k(2\varphi_j + \varphi_i + \psi) + C_{ji}$$

一端ピン、他端剛接合

$$M_{ij} = 0$$

$$M_{ji} = k(1.5\varphi_j + 0.5\psi) + C_{ji} + C_{ij} / 2$$

R41 : たわみ角法の釣合式

1 : 節点におけるモーメントの釣合

2 : 層せん断力、あるいは層モーメントの釣合