



基礎 7 1 話 No.3 骨組全体の釣合式 節点モーメントと層モーメントの釣合

今回は、たわみ角法の基本式を用いて、釣合式の求め方についてお話しする。たわみ角法は、微分方程式やモールの定理を用いた手法に比較すると圧倒的に使い易い。特に骨組の節点移動を部材角で表すため、平面骨組では座標変換を必要としない。しかも平面部材は両端の6自由度で表されるが、たわみ角法では、材端の回転角と部材角の3自由度で表されるため、骨組全体の自由度は少なくなる。一方、欠点は、部材の伸縮が無視されるため、全部材の部材角は独立に回転することができず、部材角間に依存関係が生じる。

たわみ角法は骨組の形状と荷重状態によって解析方法が異なる。まず、節点移動がある場合とない場合に分かれ、後者では、整形ラーメンと異形ラーメンに分類される。節点移動のない場合は、部材角は必要なく、節点でのモーメントの釣合によって全釣合式が得られる。一方、節点移動のある場合、整形ラーメンでは、部材角は柱にのみ生じ、層せん断力の釣合式が容易に得られる。異形ラーメンでは、全部材の部材角を考慮し、しかも部材角間の依存関係や層せん断力の釣合に替わる釣合式を必要とする。これらについては、後の回で、詳細にお話しする。

I) 部材両端の回転角の適合：柱と梁が剛接合であるとは、変形前の接合部が変形後も同じ状態である、つまり、部材間の角度が変形前と変形後で変化しないとき、この結合状態を剛接合という。剛接合では、変形後、図6の部材①のj端と部材②のi端の回転角は同じとなり、代表してこの回転角に節点番号を付けて、以下のように節点回転角 θ_2 とする。

$${}_1\theta_j = {}_2\theta_i = \theta_2 \quad \dots\dots\dots(29)$$

他の節点も同様で、部材の材端回転角を、剛接合節点の節点回転角とすることで、骨組全体で節点における回転角の適合が得られる。

II) 節点でのモーメントの釣合：骨組内の各節点では力の釣合が当然満たされなければならない。節点での力の釣合にはxとy方向の力の釣合、及びモーメントの釣合がある。たわみ角法ではモーメントの釣合のみ考慮しており、しかも、モーメントの方向は、平面骨組ではこの紙面に垂直方向で、全て同じである。従って、モーメントや回転角及び部材角は、回転方向のみを考慮すれば良く、釣合式の誘導などで座標変換を必要としない。そのため、解析手法として断然有利となる。モーメントの釣合は、節点に剛接合している部材の材端モーメントと節点に加わる外力の和がゼロとして表される。例えば、図7のように部材番号1と2の部材

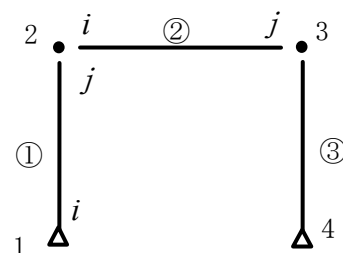


図6 節点での回転角の適合

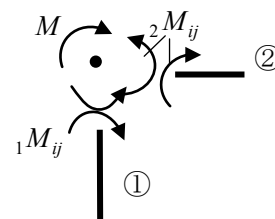


図7 節点でのモーメントの釣合

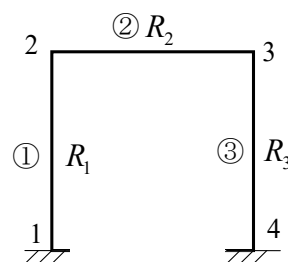


図8 整形ラーメンの部材角

が節点に剛接している場合、節点でのモーメントの釣合は次式となる。

$$-{}_1M_{ji} - {}_2M_{ij} + M = 0 \quad \dots\dots\dots(30)$$

ここで M は節点に直接加わるモーメント外力である。上記のモーメントの釣合が、骨組内の全節点で求められることになる。

Ⅲ) 整形ラーメンの層せん断力の釣合：部材の伸縮を無視するため、節点移動を表す各部材の部材角は、独立に回転できず、依存関係が存在する。その依存関係が容易に求まるのが整形骨組である。例えば、図 8 の骨組は 3 つの部材により構成されており、3 個の部材角がある。ただし、節点 1、4 は支持されており、全ての部材が自由に動き得るわけではない。部材を回転して、部材①、②、③の順に x 方向、 y 方向それぞれの節点変位を加えていくと、節点 4 では両者ともにゼロとなる。このため、部材の動きには 2 つの制限条件が加わる。部材数からこの制限条件の 2 つを引いた 1 つの部材が独立に動くことができ、他の 2 つは従属的に回転量が決定される。そのため、前者は**独立部材角**と呼ばれ、後者は**従属部材角**と呼ばれる。整形骨組では、独立部材角は各層に 1 つ存在することが分かっており、従って、その層数に対応する釣合式、層せん断力の釣合式が得られる。

上記の釣合は、各層の梁下で切断し、その位置より上の水平力の和と、切断した柱のせん断力に等しい仮想の力とで考える。これらの力は当然釣り合っており、水平方向の力の総和はゼロとなる。例えば、図 9 で示される 2 層の骨組における釣合式は、次の 2 式として得られる。

$${}_2Q_1 + {}_2Q_2 = P_2; \quad {}_1Q_1 + {}_1Q_2 = P_2 + P_1 \quad \dots\dots(31)$$

上では仮想の力は柱のせん断力に置き直しており、従って、 ${}_1Q_1, {}_1Q_2$ は 1 層目の柱のせん断力であり、 ${}_2Q_1, {}_2Q_2$ は 2 層目の柱のせん断力である。

一方、柱に水平方向の中間荷重がないとすると、各柱のせん断力は、

$$Q_k = -(M_{ij} + M_{ji}) / h \quad \dots\dots(32)$$

として与えられる。ここでは、図 10 から理解できるように材端モーメントを正とすると、せん断力が負となる。式(32)を式(31)に代入し、両辺に切断面の層高さ h を掛けて、整理すると

$$\Sigma (M_{ij} + M_{ji}) = -P_2 h_2; \quad \Sigma (M_{ij} + M_{ji}) = -(P_1 + P_2) h_1 \quad \dots\dots(33)$$

となる。ここで Σ は切断した柱について和をとることを意味し、せん断力の総和を**層せん断力**と呼ぶ。式(33)の左辺はモーメントの単位を有すため、**層モーメントの釣合**と呼ばれる。一般に、層モーメントの釣合が、整形骨組の釣合式として用いられる。

なお、異形ラーメンについては後日お話しする。

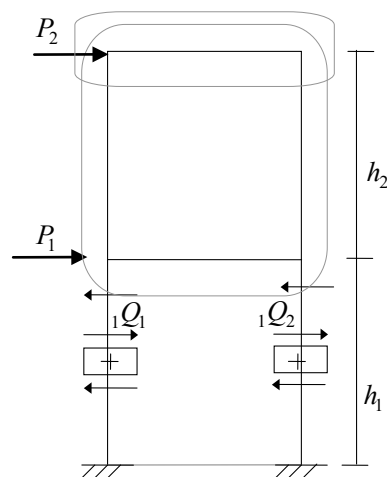


図 9 層せん断力の釣合

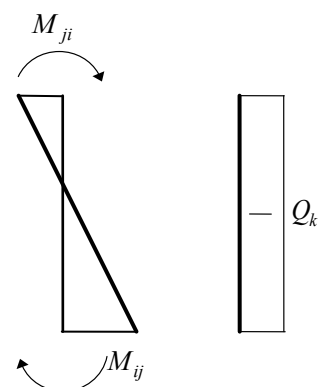


図 10 材端モーメントとせん断力の関係