



基礎61話 No.4 各種トラスの変位

付15話参照  
ex43\_1; ex44\_1; ex44\_2  
ex45\_4

今回は、静定トラスの節点変位を単位荷重法により求める。単位荷重法の計算式を再度以下に示す。

$$1 \cdot d_m = \sum_{i=1}^n \int_0^l \left( \frac{N \cdot \bar{N}}{EA} + \frac{M \cdot \bar{M}}{EI} \right) dx$$

R36: 仮想仕事の原理でトラスの変位を求める: 単位荷重法

トラス構造では、曲げやせん断変形を考慮しないこと、及び一つの部材内では軸力は変化しないことを考慮すると、単位荷重法の計算式は次式となる。

$$d_m = \sum_{i=1}^n \int_0^l \frac{N_i \cdot \bar{N}_i}{EA_i} dx = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \cdot \bar{N}_i}{k_i} \leftarrow k_i = EA_i / l_i$$

ただし、 $k_i$ は部材*i*の軸方向剛性 $EA_i / l_i$ を表す。このように、静定トラスでは、単位荷重法を用いれば容易に任意点の変位が求められる。

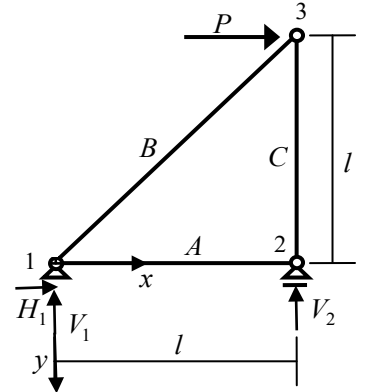


図12 トラスの基本構造

9) 図12に示すトラスの基本構造の水平変位 ex43\_1

図12に示すトラス基本構造の水平変位を、単位荷重法により求める。実構造である3つの部材の軸力は既に求められ、以下のようなものである。

$$N_A = 0; N_B = \sqrt{2}P; N_C = -P$$

節点3に加わる単位集中荷重による仮想軸力 $\bar{N}_i$ も同様に、

$$\bar{N}_A = 0; \bar{N}_B = \sqrt{2}; \bar{N}_C = -1$$

となる。従って、節点3の水平方向変位 $\delta$ は、次のようである。

$$\delta = \frac{P\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{k_1} + \frac{P \cdot 1}{k_2} = P \left( \frac{2}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) \leftarrow k_1 = \frac{EA_1}{\sqrt{2}l}; k_2 = \frac{EA_2}{l}$$

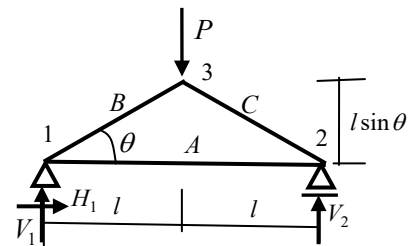


図13 山形トラスの鉛直方向変位

10) 図13に示す山形トラスの頂点鉛直変位 ex44\_1

まず、トラスの軸力を求めよう。この構造は対称構造・対称荷重であり、対称変位で対称応力状態となる。従って、反力は $H_1 = 0; V_1 = V_2 = P/2$ となる。節点1における力の釣合より、軸力 $N_A$ と $N_C$ は

$$\sum Y = 0; V_1 + N_B \sin \theta = 0 \rightarrow N_B = -\frac{P}{2 \sin \theta} = N_C$$

$$\sum X = 0; N_A + N_B \cos \theta = 0 \rightarrow N_A = \frac{P \cos \theta}{2 \sin \theta}$$

となる。節点3に加わる単位集中荷重による仮想軸力 $\bar{N}_i$ も同様である。

$$\bar{N}_B = -\frac{1}{2 \sin \theta} = \bar{N}_C; \bar{N}_A = \frac{\cos \theta}{2 \sin \theta}$$

従って、節点3の鉛直方向変位は、次式となる。

$$\delta = \frac{P \cos^2 \theta}{4k_1 \sin^2 \theta} + 2 \frac{P}{4k_2 \sin^2 \theta} = \frac{P}{4 \sin^2 \theta} \left( \frac{\cos^2 \theta}{k_1} + \frac{2}{k_2} \right) \leftarrow k_1 = \frac{EA_1}{2l}; k_2 = \frac{EA_2}{l / \cos \theta}$$

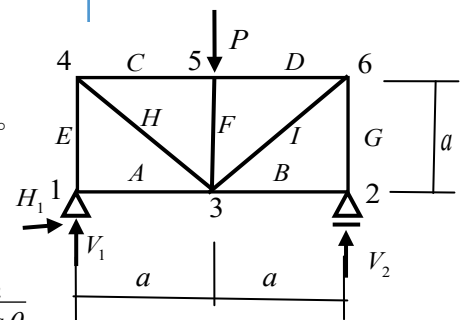


図14 単純梁型トラスの鉛直方向変位

11) 図14に示す単純梁型トラスの頂点鉛直変位 ex44\_2

このトラスは、全て同一の断面とする。また対称形状で対称荷重であ

ることより、対称応力状態となる。そこでまずは、骨組左半分の軸力を求める。反力は、 $H_1=0; V_1=V_2=P/2$ であり、節点1で節点法を用いると、軸力 $N_A$ と $N_E$ は

$$\sum X=0; N_A=0; \sum Y=0; V_1+N_E=0 \rightarrow N_E=-P/2$$

となる。さらに、図15を参照に切断法を用いると、部材Cの軸力 $N_C$ は、節点3を中心とするモーメントの釣合より

$$M_3=0; a \cdot P/2 + a \cdot N_C = 0 \rightarrow N_C = -P/2$$

また、上下方向の釣合より、軸力 $N_H$ は

$$\sum Y=0; P/2 - N_H \sin \theta = 0 \rightarrow N_H = \sqrt{2}P/2$$

となる。次に、節点5での鉛直方向の力釣合より、 $N_F$ は

$$\sum Y=0; P + N_F = 0 \rightarrow N_F = -P$$

となり、以上求めた軸力を表1にまとめる。単位集中荷重による仮想軸力 $\bar{N}_i$ も同様であり、表1の軸力から荷重 $P$ を1に替えることで仮想軸力となる。節点6の鉛直方向変位は、下の表を用いると次式となる。

$$\delta = \frac{P}{\bar{k}} \left( 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} + 1 \cdot 1 \right) = \frac{P(2+\sqrt{2})}{\bar{k}} \leftarrow \bar{k} = \frac{EA}{a}; k_s = \frac{EA}{\sqrt{2}a} = \frac{\bar{k}}{\sqrt{2}}$$

表1 単純梁型トラスの軸力一覧

部材断面名	断面力	部材断面名	断面力	部材断面名	断面力
$N_A$	0	$N_C$	$-P/2$	$N_E$	$-P/2$
$N_F$	$-P$	$N_H$	$\sqrt{2}P/2$		

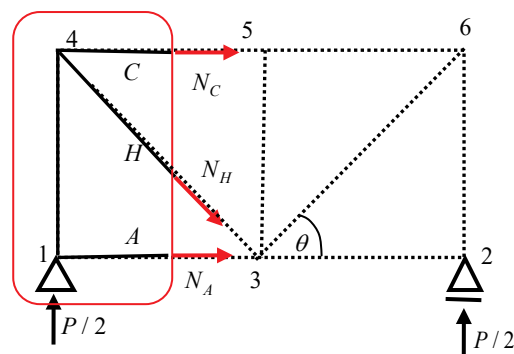


図15 単純梁型トラスの応力解析  
切断法における断面力の仮定

12) 図16に示す片持ち型トラスの荷重点鉛直変位

トラスの断面は斜材のみ $A_s$ とし、他は全て同一とする。また斜材の長さは $\sqrt{2}a$ である。部材の軸方向剛性は、 $\bar{k} = EA/a$ であるが、斜材の軸方向剛性は $\bar{k}_s = EA_s/(\sqrt{2}a)$ となる。各部材の軸力は既に求められ、表2にまとめられている。単位集中荷重による仮想軸力 $\bar{N}_i$ も同様であり、表2の荷重 $P$ を1に替えると仮想軸力となる。

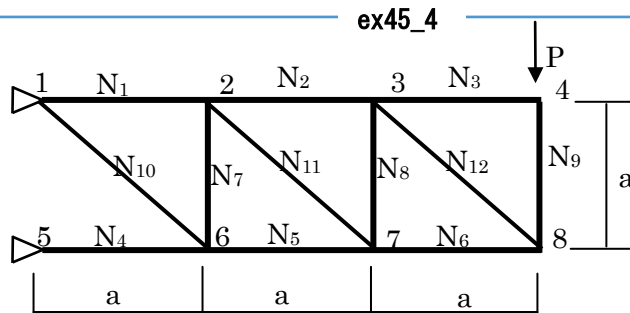


図16 先端に集中荷重+片持ち型トラス

表2 片持ち型トラスの軸力一覧

部材断面名	断面力	部材断面名	断面力	部材断面名	断面力
$N_1$	$2P$	$N_2$	$P$	$N_3$	0
$N_4$	$-3P$	$N_5$	$-2P$	$N_6$	$-P$
$N_7$	$-P$	$N_8$	$-P$	$N_9$	$-P$
$N_{10}$	$\sqrt{2}P$	$N_{11}$	$\sqrt{2}P$	$N_{12}$	$\sqrt{2}P$

節点4の鉛直方向変位は、上の表を用いると次式となる。

$$\delta = \frac{P}{\bar{k}} (2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 0 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 1 \cdot 1) + \frac{P}{\bar{k}_s} (3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}) = \frac{22P}{\bar{k}} + \frac{6P}{\bar{k}_s}$$