基礎２５話 No.2　単純梁＋等分布荷重
片持ち梁＋中央集中荷重と等分布荷重

付 2 話参照
ex3_2 ~ ex3_4

前回に続いて、静定構造である単純梁と片持ち梁で、残りの基本構造の応力解析を行い、断面力図を求める。

2）図 1 (b) の単純梁で等分布荷重　　ex3_2

荷重が等分布荷重であることから、式(3)の微分方程式は次式となり、この微分方程式の両辺を続いて 2 回積分する。

$$\frac{d^2M}{dx^2}=-p_w;\to\quad \frac{dM}{dx}=Q(x)=-p_w x+C_1;\to\quad M(x)=-p_w x^2/2+C_1x+C_2 \qquad \cdots\cdots(13)$$

後は、境界条件を用いて積分定数 C_1 と C_2 を決める。境界条件として、節点 1 のモーメントと上下方向の力の釣合を用いる。まず、式(13)の右を用いて、ピン支持点のモーメント反力がゼロであることより、節点 1 のモーメントの釣合を考える。

$$M(0)=0\to\quad C_2=0 \qquad \cdots\cdots(14)$$

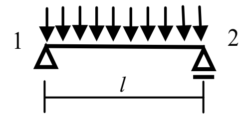
次に、図 7 を参考にして、節点 1 における上下方向の力の釣合より、

$$-V_1+Q(0)=0\quad \to Q(0)=C_1=p_w l/2\leftarrow\quad V_1=p_w l/2 \qquad \cdots\cdots(15)$$

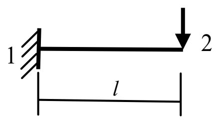
式(14)と(15)より、曲げモーメント関数とせん断力関数は

$$\left.\begin{aligned}M(x)&=-p_w x^2/2+p_w lx/2=\frac{p_w l^2}{2}(X-X^2);\quad \leftarrow X=\frac{x}{l}\\ Q(x)&=-p_w x+p_w l/2=\frac{p_w l}{2}(1-2X)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(16)$$

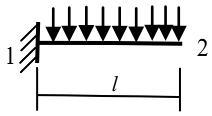
となり、梁中央の曲げモーメントは $M(X=0.5)=p_w l^2/8$ となる。上の関数を用いて、曲げモーメント図とせん断力図を以下に描く。



(b) 等分布荷重
図 1　単純梁



(a)　先端集中荷重



(b) 等分布荷重
図 2 片持ち梁

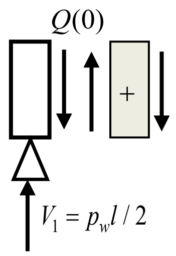
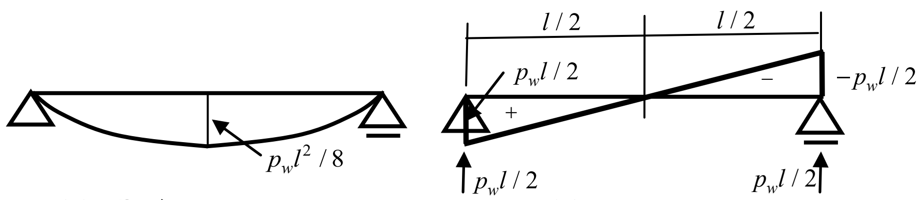


図 7　節点 1 での上下方向の釣合



(a)　曲げモーメント図　　(b)　せん断力図

図 8 等分布荷重を受ける単純梁の断面力分布

3) 図 2 (a) の片持ち梁で先端集中荷重　　ex3_3

式(3)の微分方程式は、節点1から2まで荷重が加わっていないので、単純梁＋中央集中荷重の節点1から節点2に適用した方法と同じである。

$$\frac{d^2M}{dx^2}=0;\to\quad \frac{dM}{dx}=Q(x)=C_1;\to\quad M(x)=C_1x+C_2 \qquad \cdots\cdots(17)$$

どちらの節点で境界条件を適用しても良いが、ここでは、節点2におけるモーメントの釣合と上下方向の釣合を用いる。まず、$x=l$ では、自由

端で曲げモーメントがゼロであることから、境界条件は

$$M(l) = 0 \to C_1 l + C_2 = 0 \qquad \cdots\cdots(18)$$

となり、また図9に示す節点2の上下方向の釣合より、同じく

$$-Q(l) + P = 0 \to \quad Q(l) = C_1 = P \qquad \cdots\cdots(19)$$

となる。上の値を式(18)に代入すると、$C_2 = -Pl$ が得られる。求めた積分定数を式(17)に代入すると、曲げモーメント関数とせん断力関数が次のように得られる。

$$M(x) = Px - Pl = P(x - l); \quad Q(x) = P \qquad \cdots\cdots(20)$$

上の関数を用いて、曲げモーメント図とせん断力図を描く。

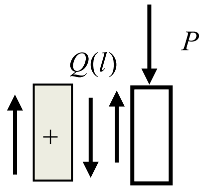
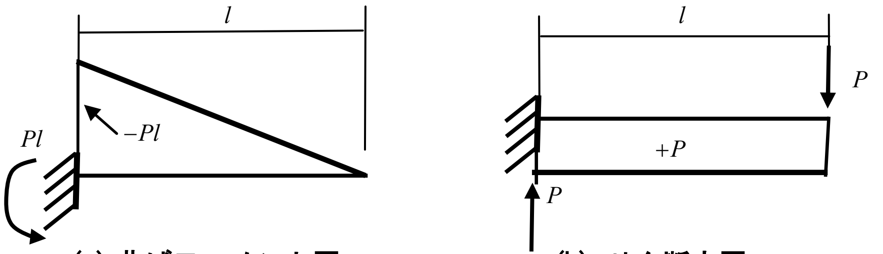


図 9 節点 2 での上下方向の釣合



(a) 曲げモーメント図　**(b) せん断力図**

図 10 先端集中荷重を受ける片持ち梁の断面力分布

4) 図 2(b)の片持ち梁で等分布荷重　ex3_4

荷重が等分布荷重であることから、式(3)の微分方程式は次式となり、両辺を続いて 2 回積分する。

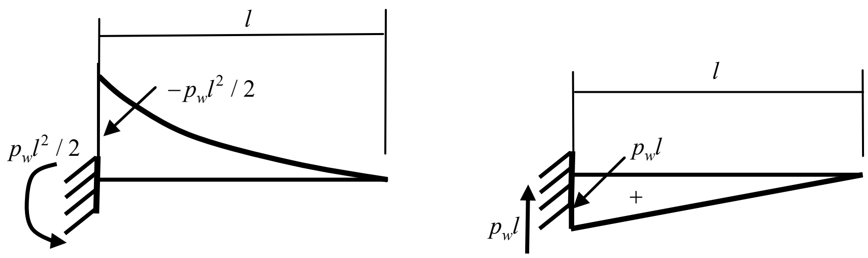
$$\frac{d^2M}{dx^2} = -p_w; \to \quad \frac{dM}{dx} = Q(x) = -p_w x + C_1; \to \quad M(x) = -p_w x^2/2 + C_1 x + C_2 \qquad \cdots(21)$$

境界条件として、節点2のモーメントと上下方向の力の釣合を用いる。

$$\left.\begin{aligned} &M(l) = 0 \to \quad -p_w l^2/2 + C_1 l + C_2 = 0 \\ &Q(l) = 0 \to -p_w l + C_1 = 0 \to \quad C_1 = p_w l \end{aligned}\right\} \cdots(22)$$

上式より、$C_2 = -p_w l^2/2$ が得られ、決定した積分定数を式(21)に代入すれば、曲げモーメント関数とせん断力関数が次のように得られる。

$$\left.\begin{aligned} &M(x) = p_w(-x^2/2 + lx - l^2/2) = \frac{p_w l^2}{2}(-X^2 + 2X - 1); \leftarrow X = x/l \\ &Q(x) = p_w(-x + l) = p_w l(-X + 1) \end{aligned}\right\} \cdots(23)$$



(a) 曲げモーメント図　**(b) せん断力図**

図 11 等分布荷重を受ける片持ち梁の断面力分布