基礎１４１話 No.2　荷重増分法と崩壊荷重

今回は、増分法の続きをお話しする。前回に続いて、C 点が全塑性モーメントになる比率 μ_2 を求める。ここでは、梁中央の曲げモーメントは $Pl/4$ であることと、現時点での全塑性モーメントに達するまでの余力が $M_P/6$ であることを考慮すると、比率 μ_2 は

$$\mu_{C2}=\frac{M_P/6}{Pl/4}=\frac{2M_P}{3Pl}$$

となる。従って、増分荷重 P_2 は、次式で与えられる。

$$P_2=P\mu_{C2}=P\frac{2M_P}{3Pl}=\frac{2M_P}{3l}$$

図 2(c)の状態における C 点の曲げモーメントを求めてみよう。図 2 (b)での C 点の曲げモーメントが $5M_P/6$ であることを考慮すると、この時点の C 点の曲げモーメントは

$$M_C=\frac{5M_P}{6}+\frac{P_2 l}{4}=\frac{5M_P}{6}+\frac{l}{4}\frac{2M_P}{3l}=(\frac{5}{6}+\frac{1}{6})M_P=M_P$$

となり、全塑性モーメントとなっている。これで、この骨組は 3 ヒンジ状態となり、塑性メカニズムが形成され、崩壊する。このように崩壊メカニズムの形成とは、塑性ヒンジの出現で安定構造から不安定構造になることである。次に、この時点での荷重、つまり崩壊荷重 P_u を求めてみよう。この荷重は、先に求めた 2 ステップの増分荷重を加えれば良く、次式で与えられる。

$$P_u=P_1+P_2=P(\mu_{A1}+\mu_{C2})=\frac{16M_P}{3l}+\frac{2M_P}{3l}=\frac{18M_P}{3l}=\frac{6M_P}{l}$$

簡単な例題で、増分法による崩壊荷重や崩壊機構を求めた。ここで用いた増分法は、塑性ヒンジの出現を追跡し、ヒンジの発生ごとに接線剛性を再構築して増分断面力を求める。従って、増分荷重の大きさは不規則となり、また不静定次数の高い骨組では計算コストがかかる。一方、コンピュータを前提とした増分法では、増分荷重を固定し、その間に発生する塑性ヒンジを適切に処理する方法である。これを荷重増分法と呼ぶ。同様に、変位を増分させる方法もあり、これを変位増分法という。これらについては、専門書を参照されたい。

コンピュータが使用可能となると、精度良く崩壊荷重と崩壊モードが求められるようになる。ここでは、増分法による鉄骨構造の弾塑性解析の歴史を簡単に振り返ってみよう。まず、たわみ角法を拡張した手法で崩壊解析が行われた。塑性ヒンジは、長期の軸力を考慮した全塑性モー

メントを先に計算して与え、両端と梁 3 分点にヒンジを仮定し、全ての組み合わせで、たわみ角法の基本式を導く。長期荷重を 3 分点に加えた後、短期用の水平荷重を加える。荷重の増加に従って塑性ヒンジが次々と現れ、発生パターンに合わせて剛性行列を作り直す手法である。最終的にメカニズムが形成され、骨組が崩壊するまで水平荷重を増加させる。水平荷重によって柱には付加軸力が発生するが、この手法は全塑性モーメントの評価に付加軸力を含めておらず、精度的に少し劣る。

固体の力学で発展した数理塑性論を、部材断面力の塑性理論に応用し、降伏則・流れ則・硬化則などを使用して、部材の構成則としたアナロジーモデルがある。部材端部と荷重直下には、同モデルによるバネを付加し、骨組全体の弾塑性解析を行う。なお、鉄骨構造の塑性論アナロジーモデルの降伏条件として、次の 3 つの型が良く用いられる。

$$f=\left(\frac{N}{N_p}\right)^2+\sqrt{\left(\frac{M_y}{M_{yp}}\right)^2+\left(\frac{M_z}{M_{zp}}\right)^2}-1;\quad f=\left(\frac{N}{N_p}\right)^2+\left(\frac{M_y}{M_{yp}}\right)^2+\left(\frac{M_z}{M_{zp}}\right)^2-1;\quad f=\left|\frac{N}{N_p}\right|+\sqrt{\left(\frac{M_y}{M_{yp}}\right)^2+\left(\frac{M_z}{M_{zp}}\right)^2}-1$$

ここで、N_p, M_{yp}, M_{zp} は各々降伏軸力、y、z 軸に関する降伏曲げモーメントである。ここでは付加軸力を考慮することができる。

断面内の塑性化進行状況を考慮できるモデルとしてファイバーモデルがある。同モデルは、部材断面を細かく分割し、平面保持とその分割された小さな断面の応力－歪関係を 1 軸状態で仮定することで、部材全体の弾塑性挙動を模擬する。応力状態を 1 軸で表す小さな断面をファイバーと呼び、このファイバーで構成される部材をファイバーモデルと呼ぶ。一般に用いられるファイバーモデルの仮定として、「断面内の歪は平面保持を用い、せん断変形は無視する」、「部材間の力の釣合は断面力で行い、接する位置における断面内部の応力の釣合はとれていない」、「ファイバーの 1 軸応力－歪関係は、各ファイバー独自に設定して良い」などがあり、鉄骨以外の断面にも広く応用可能である。同モデルでは、短期荷重による付加軸力を自動的に評価し、またファイバー要素を数個並べることで、塑性領域の拡がりも測定し得る。ファイバーの応力－歪関係は 1 軸であることから、複雑な履歴特性を容易に設定でき、歪硬化やバウジンガー効果をも考慮できる。

高層骨組における P-Δ 効果とブレースの座屈後挙動は幾何学的非線形問題に属する。しかし同種の解析では稀に不安定な挙動を伴うこともあり、これを嫌って弾塑性解析用に釣合式を変更する手法が開発されている。解析手法もプッシュオーバー解析といって、骨組が崩壊するまで水平荷重で押し切る解析や、逆に塑性状態になってから除荷し、塑性履歴を求める解析も可能となっている。