



基礎 140 話 No.1 増分法の考え方 一端ピン・他端固定梁の崩壊過程

付 28 話参照
ex135_1

静定梁や静定骨組では、崩壊メカニズム(崩壊機構)は一つの塑性ヒンジが発生することで形成され、仮想仕事法を用いると、崩壊荷重は容易に求めることができる。ただし、不静的次数の高い構造では、解析的に崩壊荷重を求めることはそれほど容易ではない。やはり、コンピュータを前提にした増分法を用いることになる。今回は、最も簡単な解析モデルを用いて、増分法の解説を行う。

図 1 に示す一端固定・他端ピン支持で、中央集中荷重を受ける不静定梁について考える。この骨組は 1 次の不静定であることから、2 つの塑性ヒンジが発生すれば、崩壊メカニズムが形成される。ここでは、増分法を用いて、この骨組の弾塑性過程を追跡する。なお、各部材断面の $M-\theta$ 関係は前に示したバイリニア型であるとす。

解析を行う前に、図 2 を使い、荷重の増加に従って骨組の弾塑性状態を追跡してみよう。まず、状態(a)では、部材は全て弾性であり、固定端で最大曲げモーメントが生じている。(a)の状態から荷重が増加していくと、固定端における曲げモーメントが M_p に達し、状態(b)に示すように節点 A に塑性ヒンジが生じる。

このモデルの弾性応力状態は、「基礎 66 話」を参照されたい。

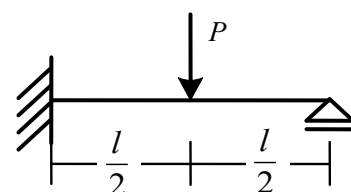


図 1 一端固定・他端ピン支持で、中央集中荷重を受ける不静定梁

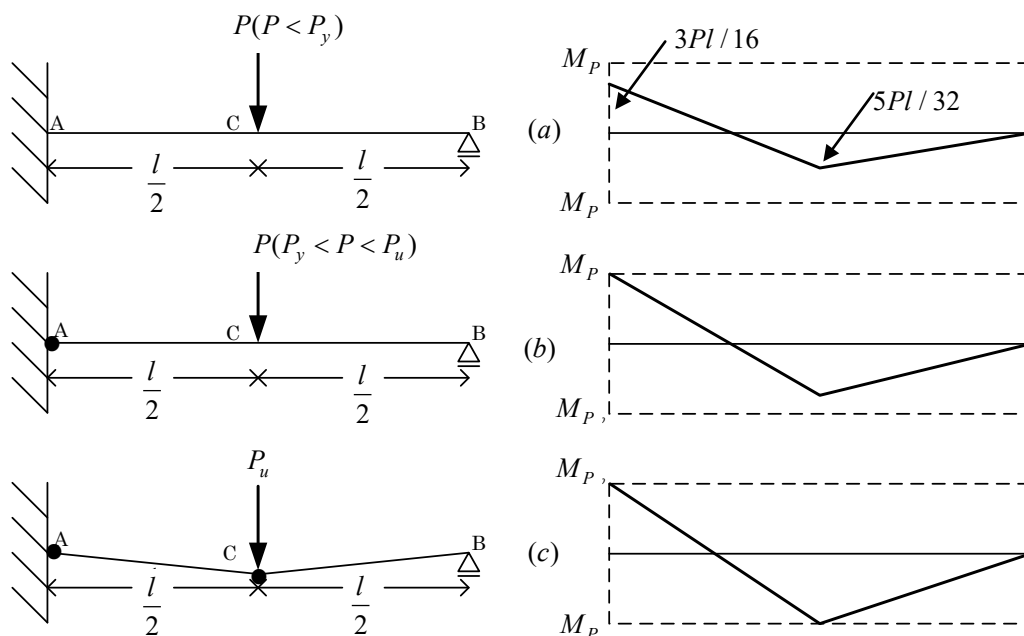


図 2 不静定構造物の崩壊メカニズムに至る過程

節点 A に塑性ヒンジが生じても、梁は直ちに崩壊せず、塑性ヒンジ

を有する新たな構造は両端ヒンジとなり、この骨組はさらに増分荷重を支持することができる。この状態の剛性を**接線剛性**という。さらに荷重が増加すると、梁中央に塑性ヒンジが生じ、塑性メカニズムが形成される。一つ目のヒンジ発生以後と2つ目のヒンジ発生までは、剛性が変化することなく、接線剛性と増分荷重を用いると線形解析で応力が求められる。実際の応力は、図の(b)の状態と、この増分荷重より求められた応力状態を加えたものとなる。

静定梁では塑性ヒンジが1つ生じると、直ちに骨組は崩壊するのに対し、不静定梁では塑性ヒンジが1つ形成されても、応力の再分配が行われて、直ぐには崩壊しない。ただし、このような応力の再分配が行われるためには、材料が降伏しても強度は低下せず、しかも変形に耐え得る十分な靱性を有していなければならない。増分法による骨組の崩壊解析では、このように塑性ヒンジの出現ごとに接線剛性が変化し、その間の応力解析を行う必要がある。そのため、不静定次数の大きい骨組では、解析的に崩壊荷重を求めることはかなり難しい。

ここで、増分法に従って崩壊荷重を求めてみよう。この梁の全塑性モーメントは M_p とする。まず、第1ステップであるA点とC点における曲げモーメントと全塑性モーメントとの比率 μ_1 を求める。

$$\mu_{A1} = \frac{16M_p}{3Pl}; \quad \mu_{C1} = \frac{32M_p}{5Pl}$$

上式よりA点での比率が小さいこと、つまり、塑性ヒンジに達するまでの余裕度が小さいことより、A点に一つ目の塑性ヒンジが生じる。A点に塑性ヒンジが生じる状態の荷重 P_1 は、弾性時の荷重にこの比率をかけることによって次のように求められる。

$$P_1 = P\mu_{A1} = \frac{16M_p}{3l}$$

上記の荷重が加わったときのA点とC点の曲げモーメントを求める。

$$M_A = \frac{3P_1l}{16} = \frac{3l}{16} \frac{16M_p}{3l} = M_p$$

$$M_C = \frac{5P_1l}{32} = \frac{5l}{32} \frac{16M_p}{3l} = \frac{5M_p}{6}$$

上式から分かるようにA点の曲げモーメントは当然全塑性モーメントになっており、また、C点では、全塑性モーメントの5/6となっている。

さらに、次ステップの状態を考えよう。ここでは、この状態は図2の(b)から(c)に移るまでを意味する。A点が塑性ヒンジであることより、両端ピン支持の梁に中央集中荷重が加わっている状態を考え、図2(c)の状態に移るまでの増分荷重 P_2 を求めることになる。

以降の解析は次回お話する。