



## 基礎 138 話 No.3 門型ラーメンの崩壊荷重 同時増加の鉛直・水平荷重

付 28 話参照  
ex135\_2

### 2) 両端固定支持門型ラーメンの崩壊解析 同時増化する鉛直荷重と水平荷重

今回は、図 4 に示す集中荷重を受ける固定支持門型ラーメンの崩壊荷重を求める。鉛直荷重として、 $2\rho P$  が梁の中央に集中荷重として、同時に水平荷重  $\rho P$  が柱頭に加わっている。部材の断面は全て同一で、全塑性モーメント  $M_p$  とする。ここでは、崩壊時における荷重係数  $\rho$  を求める。

この門型ラーメンでは、図 5 に示すような 3 つの崩壊メカニズムが考えられる。それぞれの崩壊メカニズムに対して、仮想仕事の原理を用いて崩壊荷重係数を求めると次のようになる。

1) 梁機構に対して(図 5(a))

$$2\rho^+ P \frac{\theta l}{2} = M_p \theta + 2M_p \theta + M_p \theta \rightarrow \rho^+ = \frac{4M_p}{Pl}$$

2) 層機構に対して(図 5(b))

$$\rho^+ P \theta l = M_p \theta + M_p \theta + M_p \theta + M_p \theta \rightarrow \rho^+ = \frac{4M_p}{Pl}$$

3) 複合機構に対して(図 5(c))

$$\rho^+ P \theta l + 2\rho^+ P \frac{\theta l}{2} = M_p \theta + 2M_p \theta + 2M_p \theta + M_p \theta \rightarrow \rho^+ = \frac{3M_p}{Pl}$$

上で求めた崩壊荷重係数  $\rho^+$  を比較すると、複合機構での荷重係数が最小の値を示している。従って、極限解析の上限定理によって、この複合機構が崩壊メカニズムであることが分かる。

次に、複合機構とその値が、真の崩壊メカニズムと崩壊荷重係数であることを確認するために、釣合を満たす曲げモーメント分布を求めてみよう。複合機構における材端曲げモーメントは、一部の材端部分を除いて既に決定している。未定の材端曲げモーメントは部材番号①の節点 2 側と同じく部材番号②の節点 2 側である。節点におけるモーメントの釣合より、未定の曲げモーメントは次式を満足しなければならない。

$$M_{21} + M_{23} = 0 \rightarrow M_{21} = -M_{23}$$

この未定の曲げモーメントを求めるために、次に示す層せん断力と水平外力との力の釣合を考える。

$$\rho^+ P = \frac{M_{21} + M_p}{l} + \frac{M_p + M_p}{l}$$

上式に、複合崩壊メカニズムの荷重係数を代入すると、未定の曲げモーメントが次のように得られる。

$$\frac{3M_p}{Pl} P = \frac{M_{21} + M_p}{l} + \frac{M_p + M_p}{l} \rightarrow \frac{M_{21}}{l} = \frac{3M_p}{l} - \frac{2M_p}{l} - \frac{M_p}{l} \rightarrow M_{21} = 0$$

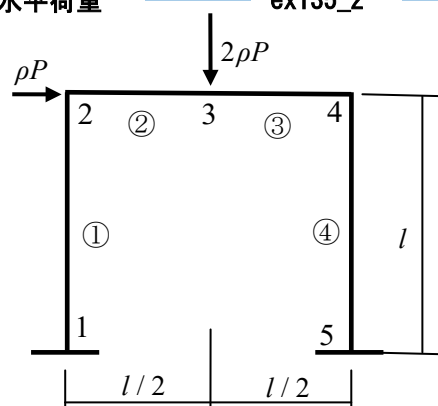
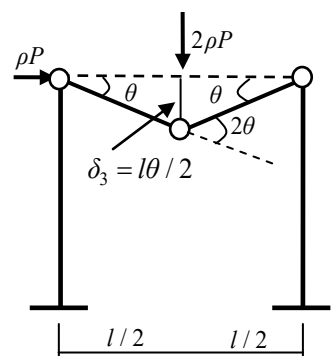
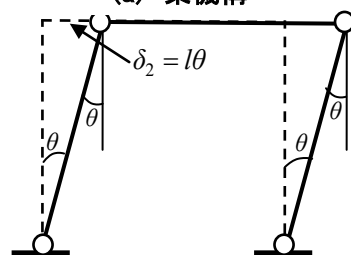


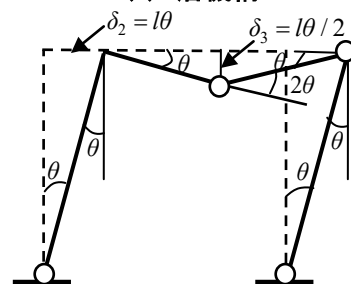
図 4 支持部固定・集中荷重を受ける門型ラーメンの崩壊荷重



(a) 梁機構



(b) 層機構



(c) 複合機構

図 5 崩壊機構

得られた曲げモーメントから、曲げモーメント図を描くと図 6 のようになる。骨組全体で曲げモーメントが  $M_p$  を越えていないので、この崩壊機構は静的許容である。従って、複合機構での  $\rho^+$  は正解の崩壊荷重係数であると言える。

この場合は正解の崩壊機構(複合機構)を仮定したため、静的許容曲げモーメント分布が得られた。しかし、正解でない崩壊機構を仮定する場合も考えられる。その場合、どのような曲げモーメント分布が得られるか、ここで確認してみよう。例えば、図 5(b) の層機構を仮定した場合を考える。ここでは、梁中央の節点番号 3 における曲げモーメントが未定であり、一方、崩壊メカニズムから他の節点における曲げモーメントは全て決定されている。

まず、この層崩壊時における層せん断力と外力の釣合を考えてみよう。水平方向の力の釣合は次式で与えられ、崩壊荷重係数  $\rho^+$  が得られる。

$$\rho^+ P = 2 \frac{M_p + M_p}{l} \rightarrow \rho^+ = \frac{4M_p}{Pl}$$

前にも示したように、実際の崩壊荷重係数に比較して、求めた荷重係数は高い値となっている。次に、節点 3 での曲げモーメントを求めるために、最初に、図 7(a) を参考に節点 5 での反力を求める。この節点での水平反力とモーメント反力は、部材番号④の曲げモーメント分布より次のように得られる。

$$M_5 = M_p; \quad H = \frac{M_p + M_p}{l} = \frac{2M_p}{l}$$

鉛直方向反力  $R$  は、節点 1 におけるモーメントの釣合より求められる。

まず、節点 1 における外力と反力によるモーメントの釣合は

$$-M_1 - M_5 + \rho^+ Pl + 2\rho^+ Pl / 2 - Rl = 0$$

であり、節点 1 と 5 のモーメント反力は柱端部とのモーメントの釣合より  $M_p$  である。この値を上式に代入すると、反力  $R$  は次式となる。

$$R = 2\rho^+ P - \frac{2M_p}{l} = \frac{8M_p P}{Pl} - \frac{2M_p}{l} = \frac{6M_p}{l}$$

さらに、節点 3 の位置で切断し、節点 5 を含む閉曲線での外力と反力との釣合より、節点 3 での曲げモーメントは、図 7(b) を参照すると次式で与えられる。

$$M_3 = -M_5 - R \frac{l}{2} + Hl = -M_p - \frac{6M_p}{2l} + \frac{2M_p}{l} = -2M_p$$

得られた結果を元に、曲げモーメント図を描く。この曲げモーメント図から、どのような事が言えるか検討しよう。次回は、この曲げモーメント図の分析と、新たな例題を用いて、崩壊荷重と崩壊機構を求める。

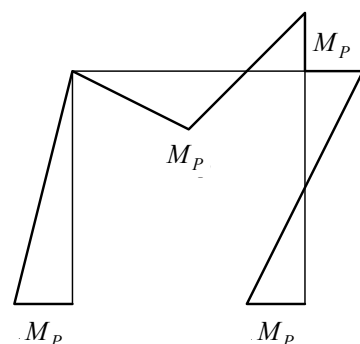
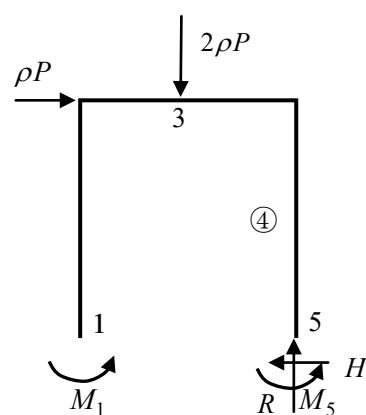
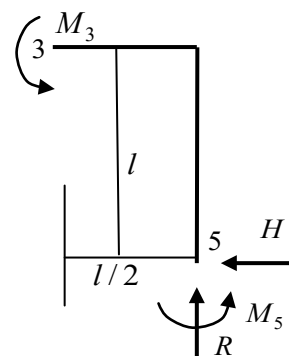


図 6 塑性崩壊時の曲げモーメント分布



(a) 節点 1 における外力と反力とのモーメントの釣合



(b) 閉曲線内のモーメントの釣合

図 7 骨組内の力の釣合