



基礎 137 話 No.2 骨組の塑性崩壊条件 極限解析の上界定理と下界定理

付 28 話参照
ex135_2

前回、断面の全塑性モーメントと仮想仕事の原理を用いて単純梁の塑性崩壊について学んだ。今回からは、それらを応用して骨組の崩壊に関する基本的な理論を学習し、理論から求めた崩壊荷重や骨組の崩壊機構（崩壊メカニズム）について理解する。一般的解析方法として、コンピュータの使用を前提とする数値解析では増分法を用いるが、手計算では仮想仕事の原理による方法が便利である。ただし、両手法の仮定の違いや解析手法の相違によって、得られる結果に如何なる影響があるかを、知ることが重要である。

まず、仮想仕事の原理を適用するために必要な条件を学ぶ。骨組が塑性崩壊するためには、次の 3 条件を満たす必要がある。

R56 : 骨組の塑性崩壊条件

- (i) 釣合条件: 荷重とモーメントが釣合っている
- (ii) 塑性条件: 曲げモーメントの絶対値は全塑性モーメントを越えない

$$-M_p \leq M \leq M_p$$
- (iii) 機構条件: 崩壊機構が形成されている。すなわち、骨組が崩壊するために十分な数の塑性ヒンジが出現している

上記の 3 つの条件を全て満たす崩壊荷重、曲げモーメント分布及び崩壊メカニズムを求めることは、複雑な骨組では一般的に難しい。そのような場合、極限解析（リミットアナリシス）の定理が有用である。

R57 : 極限解析の上界定理と下界定理

- 1) 上界定理: (i)、(iii)を満たす解 → 崩壊荷重係数の上界
- 2) 下界定理: (i)、(ii)を満たす解 → 崩壊荷重係数の下界

最初に、上界定理について考える。まず、ある崩壊機構が形成され、釣合状態にある骨組に対し、作用している荷重を $\rho^+ P_k$ とする。荷重 P_k の作用点 k の作用方向変位 δ_k に対して、

$$\sum_k P_k \delta_k > 0: \text{(外力仕事为正)}$$

を満たすとき、このような変位場を運動学的許容場といい、 ρ^+ のことを運動学的許容倍数と呼ぶ。言い換えれば、「運動学的許容倍数は崩壊荷重係数の上界である」と言える。これを極限解析における上界定理と言う。

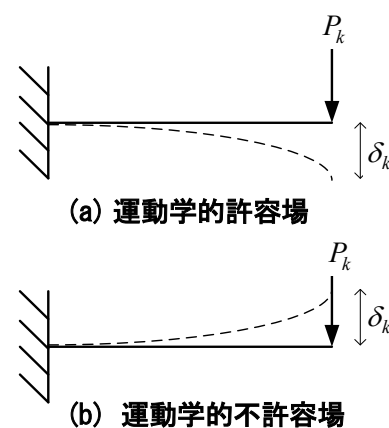


図 3 運動学的許容

R58 : 極限解析の上界定理とは

考えられる種々の崩壊機構から得られる運動学的許容倍数 ρ^+ のうち、最小のものが崩壊荷重係数 ρ_p に一致する

$$\rho^+ \geq \rho_p$$

次に下界定理について考える。荷重 $\rho^- P_k$ と釣合い、しかも、あらゆる点で全塑性モーメントを越えないような曲げモーメント分布が存在するとき、このような応力場を静的許容場と言い、崩壊荷重係数の下界である」と言える。これを極限解析の下界定理と言う。

R59 : 極限解析の下界定理とは

考えられる種々の静的許容場から得られる静的許容倍数 ρ^- のうち、最大のもものが崩壊荷重係数 ρ_p に一致する

$$\rho^- \leq \rho_p$$

骨組の崩壊荷重を求めるには上下界定理を応用し、次の手順に従って求めることになる。

R60 : 崩壊荷重を求める手順

- (i) 種々の可能な崩壊機構を考え、崩壊荷重係数の上界を求める
- (ii) 最小値を与える崩壊機構に対応する曲げモーメント分布が静的許容であることを確認する

上記の手順を参考にしながら、例題として図4に示す固定支持、鉛直荷重と水平荷重を同時に受ける単純な門型ラーメンの崩壊荷重と崩壊機構を求めてみよう。

2) 両端固定支持門型ラーメンの崩壊解析 ex135_2

鉛直荷重として、 $2\rho P$ が梁の中央に集中荷重として、また水平荷重として、 ρP が柱頭に加わっている。部材の断面は全て同一とし、全塑性モーメント M_p とする。ここでは、パラメータ ρ は荷重係数であり、骨組崩壊時におけるこの荷重係数を具体的に求める。

まずは、読者は崩壊機構を想定し、仮想仕事式、及び極限解析の上界定理と下界定理を用いて、崩壊荷重を求めてみよう。

解説は次回以降、行うことにする。

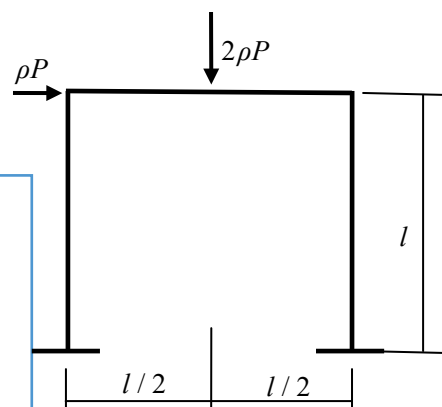


図4 支持部固定・集中荷重を受ける門型ラーメンの崩壊荷重