



## 基礎 136 話 No.1 一端ピン・他端固定支持梁の崩壊荷重

付 28 話参照  
ex135\_1

今回は、骨組の崩壊荷重や崩壊機構を仮想仕事の原理を応用して求めてみよう。仮想仕事の原理(principle of virtual work)とは、「ある物体に複数の力が作用し、釣合状態にある場合、その物体が十分小さい仮想変位を受けるとき、その力の為す仕事はゼロである」である。言い換えると、「複数の外力が作用し、構造物が釣合状態にあるとき、境界条件を満足する任意の微小変形に対して、外力と内力のなす仕事は等しい」。この仮想仕事の原理は、1725 年ごろヨハン・ベルヌーイが創始したと言われており、その子のダニエルと弟子のオイラーが材料力学に応用した。これらは既に学んでおり、この原理を応用して骨組の任意の点の変位を求める手法を学習した。

特に、この原理を利用して崩壊荷重を求める場合、微小変形として先に示した崩壊メカニズムを考えることになる。骨組によっては異なったメカニズムが存在することがあり、どのメカニズムを使用するかによって異なった崩壊荷重が得られてしまう。これについては、次回、検討することにしよう。ここでは、1つの崩壊メカニズムが得られる場合について考察する。塑性ヒンジが生じている部分には全塑性モーメント  $M_p$  が発生しており、また、微小変形として、図 1 (b) に示される崩壊メカニズムが仮定される。

図 1 を参考にして、内力と外力を計算してみよう。外力については、 $P_u$  が変位  $\delta_c$  に対してなす仕事  $P_u \delta_c$  で与えられ、荷重直下の変位  $\delta_c$  は、幾何学的条件より  $\theta_A l / 2$  である。また、機構状態では、部材は全て剛体変位であることから、部材内部の内力仕事はゼロである。ただし、塑性ヒンジ位置では全塑性モーメントとなっており、このモーメントとヒンジの回転によって仕事が発生する。ヒンジに加わっているモーメントとヒンジに仮想的に生じる回転の方向が同じ場合は正の仕事をし、また逆の場合は負となる。同方向か否かが分からない場合、同図 (c) のように材端モーメントと変位後から元の位置までの回転を考えると良い。この例では、同方向であることから内部仕事は正となり、また、回転角は両端共に  $\theta_A$  である。

仮想仕事の原理より崩壊荷重が次のように求められ、前回求めた崩壊荷重と同じとなる。

$$P_u \delta_c = 2M_p \theta_A \rightarrow P_u = \frac{2M_p \theta_A}{\delta_c} = \frac{2M_p \theta_A}{\theta_A l / 2} = \frac{4M_p}{l}$$

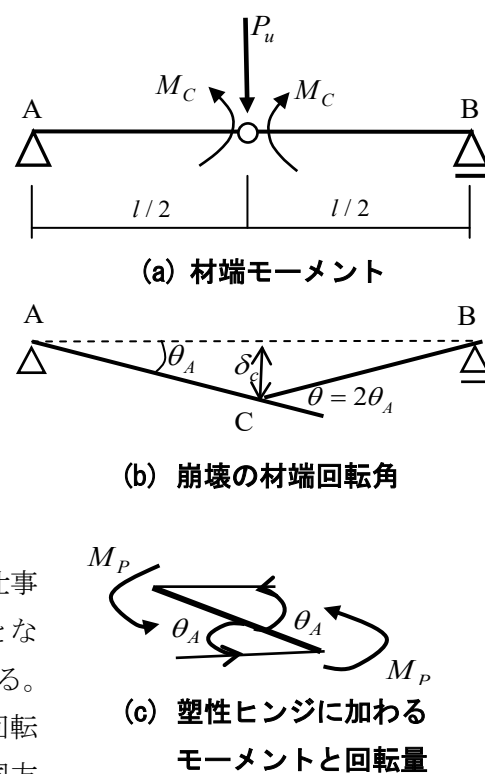


図 1 単純梁の崩壊メカニズム

1) 一端固定・他端ピン支持梁の崩壊解析

ex135\_1

次に、図 2 の一端固定・他端ピン支持の梁について、仮想仕事の原理を用いて崩壊荷重を求めてみよう。この梁でも、全塑性モーメントは  $M_p$  とする。

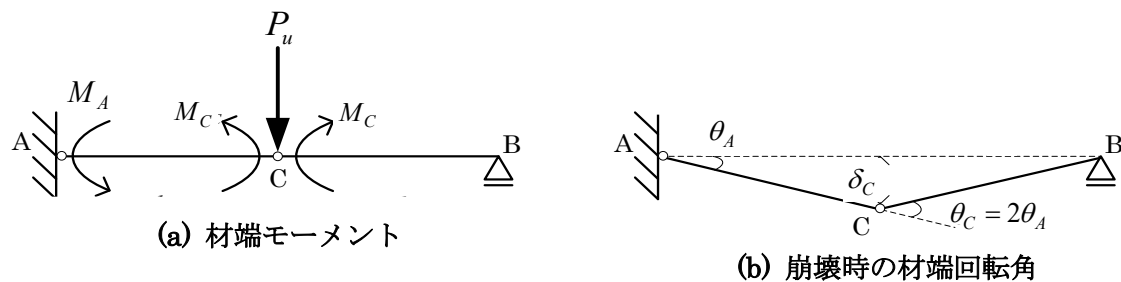


図 2 一端固定・他端ピン支持梁の崩壊メカニズム

図 2 に示す材端モーメントと崩壊メカニズムによる微小変位を用いて各仕事を計算し、仮想仕事の原理を適用すると次式が得られる。

$$P_u \delta_c = M_p \theta_A + 2M_p \theta_A$$

ここで、上式に  $\delta_c = \theta_A l / 2$  を代入すると崩壊荷重が次のように得られる。

$$P_u \frac{\theta_A l}{2} = 3M_p \theta_A \rightarrow P_u = \frac{6M_p}{l}$$

この値は次回以降で示す増分法の崩壊荷重と一致する。

仮想仕事の原理を一般骨組に適用してみよう。任意節点  $j$  に集中荷重  $P_j$  を受ける骨組があるとする。この骨組が荷重  $\rho_u P_j$  で崩壊したと仮定したとき、塑性ヒンジ  $i$  における曲げモーメントを  $M_i$  とし、また仮定された崩壊メカニズム時における点  $i$  の荷重方向の変位を  $\delta_j$ 、塑性ヒンジ  $i$  の回転角を  $\theta_i$  とすれば、仮想仕事式は

$$\rho_p \sum_j P_j \delta_j = \sum_i M_i \theta_i$$

で表される。従って、 $\rho_p$  は次式となり、崩壊荷重が得られる。ここで、 $\rho_p$  は崩壊荷重係数と呼ばれる。

$$\rho_p = \sum_i M_i \theta_i / \sum_j P_j \delta_j$$

R55 : 骨組の仮想仕事式と崩壊荷重係数

崩壊メカニズム時の仮想仕事式と崩壊荷重係数は次式で与えられる

$$\rho_p \sum_j P_j \delta_j = \sum_i M_i \theta_i \rightarrow \rho_p = \sum_i M_i \theta_i / \sum_j P_j \delta_j$$