基礎１３５話 No.3　荷重—変位関係と バイリニアモデル

前回に続いて、断面の全塑性モーメントについてのお話しである。ここでは、前回お話しした方法で H 型断面の全塑性モーメントを求める。

２）H 型断面

次の図に示す H 型断面の全塑性モーメントを求める。

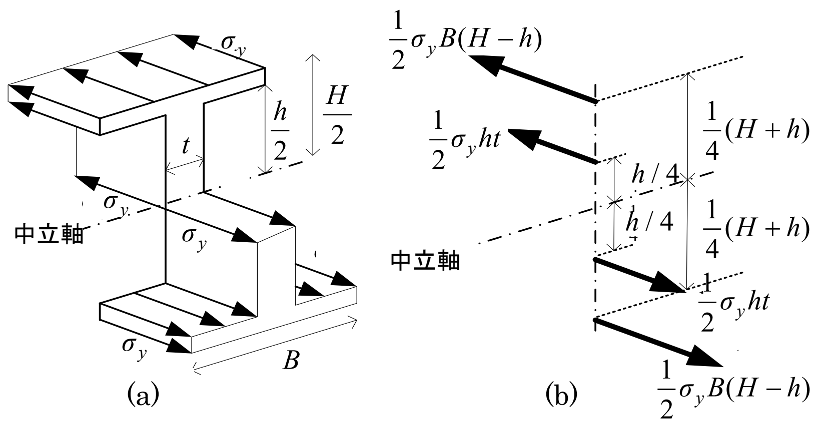

図 7 H 断面の全塑性応力状態

H 型断面の場合も長方形断面と同様に、図芯位置は容易に求めることができる。応力分布は図 7(a)のようになり、フランジ部分とウェブ部分に分け、同図(b)のように合力とその作用位置を求める。これら合力を用いて、図心位置でのモーメントを計算すると以下のように全塑性モーメントが得られる。

H 形断面

断面係数

$$Z = \frac{BH^2 - (B-t)h^2}{6}$$

塑性断面係数

$$Z_P = (B(H^2 - h^2) + th^2)/4$$

断面の形状係数

$$f = \frac{Z_P}{Z} \approx 1.09 \sim 1.12$$

H 型の形状によって、形状係数は変化するが、その値は断面係数の約 1.1 倍程度である。

$$M_P = 2\{\frac{1}{2}\sigma_y B(H-h)\cdot\frac{1}{4}(H+h) + \frac{1}{2}\sigma_y ht\cdot\frac{1}{4}h\} = \frac{1}{4}\sigma_y\left\{B(H^2-h^2)+th^2\right\} \quad \cdots\cdots(20)$$

表 1 代表的断面の塑性断面係数と断面の形状係数

断面形状	塑性断面係数 Z_P	断面係数 Z	形状係数 $f = Z_P / Z$	断面形状
長方形 (b, D)	$bD^2/4$	$bD^2/6$	1.5	円形 (D)
	$D^3/6$	$\pi D^3/32$	1.70	
三角形 (b, D)	$(2-\sqrt{2})bD^2/6$	$bD^2/24$	2.34	菱形 (a, a)
	$\sqrt{2}a^3/6$	$a^3/(6\sqrt{2})$	2	

これまでは、部材断面内の弾塑性状態について学び、全塑性モーメントを求める方法について学習した。ここでは、この知識を利用して簡単な骨組の最終耐力、及び塑性崩壊に至る過程について学ぶことにしよう。例題として用いる部材の断面は長方形断面とし、骨組は部材中央に集中

荷重Pが加わる単純梁で、材長はlである。また使用材料の応力と歪の関係は完全弾塑性とする。

最初に荷重が増加し、単純梁が崩壊に至るまでの過程を追ってみよう。中央に集中荷重が加わると、単純梁に生じる曲げモーメント分布は図 8 となる。従って、最も大きな軸方向応力が生じる位置は、部材中央断面内の上端と下端である。荷重が増加し、曲げモーメントが大きくなると最初にこの位置で応力がσ_yに達し、塑性状態となる。さらに荷重が増加すると、図 9(a)のように塑性域が梁中央から拡大していく。この状態でも、力の釣合から部材の曲げモーメント分布は変化せず、荷重に比例して大きくなる。ただし、部材中央部分の曲げ剛性が低下し、弾性状態に比べて曲率の増加率が大きくなる。

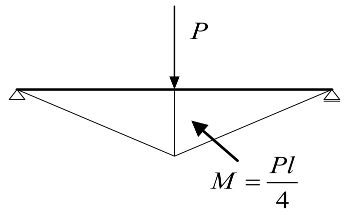

図 8 曲げモーメント図

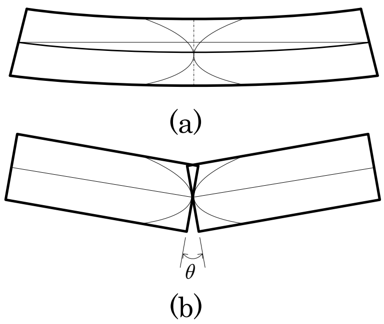

図 9 単純梁に生じる塑性域

さらに荷重が増加し、図 9(b)のように部材の中央断面が全て塑性域となると、ここでは曲げ剛性はゼロとなり、以後ヒンジと同様の挙動を示すことになる。そのためこのような部位は**塑性ヒンジ**と呼ばれる。

単純梁では、中央に塑性ヒンジが生じると、骨組全体は不安定となり、崩壊メカニズムとなる。このときの荷重をP_uとし、**終局荷重**あるいは**塑性崩壊荷重**と呼ぶ。メカニズムが形成されると、骨組の変形は塑性ヒンジの回転角が増加することによって進み、他の部分、例えば弾性部分などは剛体変位するのみである。

上の例題を用いて荷重と変位の関係を分析してみよう。図 10 に示すように、部材中央の断面内の上端と下端に塑性域が発生し、弾性限界荷重P_yとなる。この位置より曲げ剛性が低下し、最終的に最大曲げモーメント$Pl/4$が全塑性モーメントM_pに漸近するとき、塑性メカニズムとなる。このときの塑性崩壊荷重P_uは、力の釣合より、

$$P_u = \frac{4M_p}{l} \qquad \cdots\cdots(21)$$

となる。以前示した$M-\theta$関係をバイリニアに仮定すると、荷重変位関係は図 10 の点線で示される。崩壊荷重に達するまでは線形的に荷重・変位が共に増加し、達した後はメカニズムが形成され、荷重は増加しないことが分かる。

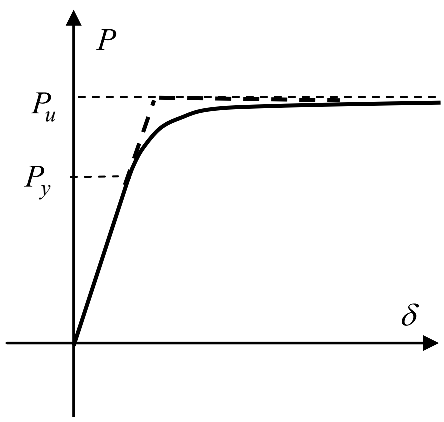

図 10 荷重―変位関係

一般の静定梁や静定骨組では、**崩壊メカニズム**（崩壊機構）は一つの塑性ヒンジが発生することで形成される。そのため、**崩壊荷重**は容易に求めることができる。まず、線形解によって生じる各部材の最大曲げモーメントと全塑性モーメントの比率を求める。骨組を構成する各部材で、この比率が最も小さい部位に塑性ヒンジが発生するため、その比率に線形解の荷重を掛けることで、崩壊荷重が求められることになる。