基礎１３４話 No.2　塑性断面係数と断面の形状係数

今回は、前回の続きで、純曲げ状態における断面内の弾塑性応力について考察する。図 4 に示す応力状態の場合、曲げモーメントは、2 つに分けて図芯からのモーメントを計算することで、次のように得られる。

$$M = 2b\left(\int_0^{\eta} \frac{\sigma_y y}{\eta} y dy + \int_{\eta}^{D/2} \sigma_y y dy\right) \qquad \cdots\cdots(12)$$

上式の積分を実行すると、曲げモーメントは次式となる。

$$M = 2b\sigma_y\left(\left[\frac{y^3}{3\eta}\right]_0^{\eta} + \left[\frac{y^2}{2}\right]_{\eta}^{D/2}\right) = 2b\sigma_y\left(\frac{\eta^2}{3} + \frac{D^2}{8} - \frac{\eta^2}{2}\right) = \frac{1}{4}\sigma_y b\left(D^2 - \frac{4}{3}\eta^2\right) \qquad \cdots\cdots(13)$$

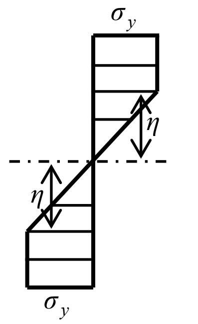

図 4 断面内の弾塑性応力状態

さらに、曲げモーメントが増加するにつれて、全断面塑性状態に漸近する。その極限として、弾塑性境界面 $y = \pm\eta$ は $\eta = 0$ となり、断面の上半分は圧縮、下半分は引張の降伏応力に達する。断面の曲げ耐力は、弾塑性状態で求めた曲げモーメント式(13)に、$\eta = 0$ を代入することによって次のように求められる。

$$M_P = \frac{1}{4}\sigma_y b D^2 \qquad \cdots\cdots(14)$$

このときの曲げモーメント M_P を**断面の全塑性モーメント**という。ここで、全塑性モーメントを**塑性断面係数** Z_P で表すと、

$$M_P = \sigma_y Z_P \qquad \cdots\cdots(15)$$

となり、長方形断面の塑性断面係数は式(14)と(15)より、

$$Z_P = \frac{bD^2}{4} \qquad \cdots\cdots(16)$$

で与えられる。この塑性断面係数は断面固有の値となる。

長方形断面
断面係数
$$Z = \frac{bD^2}{6}$$
塑性断面係数
$$Z_P = \frac{bD^2}{4}$$
断面の形状係数
$$f = \frac{Z_P}{Z} = 1.5$$

全塑性モーメントを弾性限曲げモーメントで割った係数 f は、これも断面に特有な値となり、これを**断面の形状係数**という。

$$f = \frac{M_P}{M_y} = \frac{\sigma_y Z_P}{\sigma_y Z} = \frac{Z_P}{Z} \qquad \cdots\cdots(17)$$

例えば長方形断面では、f は次のように 1.5 となる。

$$f = \frac{Z_P}{Z} = \frac{bD^2/4}{bD^2/6} = \frac{3}{2} = 1.5 \qquad \cdots\cdots(18)$$

図 5 の $M-\theta$ 関係から分かるように、形状係数は断面内が最初に塑性化した時の曲げモーメントから全塑性モーメントに達するまでの倍率を表す。代表的な断面の塑性断面係数と形状係数が次回の表 1 にまとめられている。図 5 で示す実際の $M-\theta$ 関係は複雑であるため、後で説明する増分法や仮想仕事法などでは、簡略化して点線で示したバイリニアで表す場合が多い。

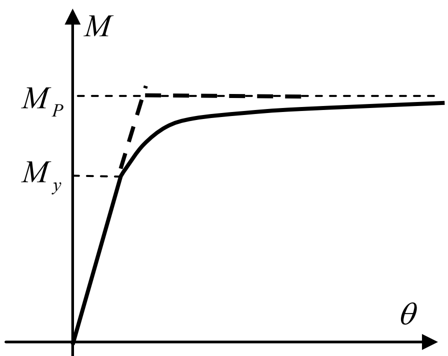

図 5　断面の $M-\theta$ 関係
点線部はバイリニア型履歴

骨組の塑性崩壊荷重を求めるには、骨組を構成する全部材の全塑性モーメントを求めなければならない。例えば、1 軸対称断面の全塑性モーメントは、次の方法で求められる。

R54 : 全塑性モーメントの計算法

1）図芯位置の算定

断面一次モーメントが零の条件より、図芯を求める。ただし、断面が均質な材料であり、形状が 2 軸対称で構成されている場合は、断面積の 2 等分線となる

2）図芯回りのモーメントの算定

図芯より上側全断面が圧縮降伏応力、下側全断面が引張降伏応力としてモーメントを算定する。この値が全塑性モーメントという

ここで、長方形断面と H 型断面を例として、部材断面の全塑性モーメントを求めてみよう。

1）長方形断面

最初に、長方形断面について求める。長方形断面は前に求めたが、ここでは上に示した方法で全塑性モーメントを求める。なお、断面内は全て均質材料で構成されており、図 6(b)に示す応力状態とする。

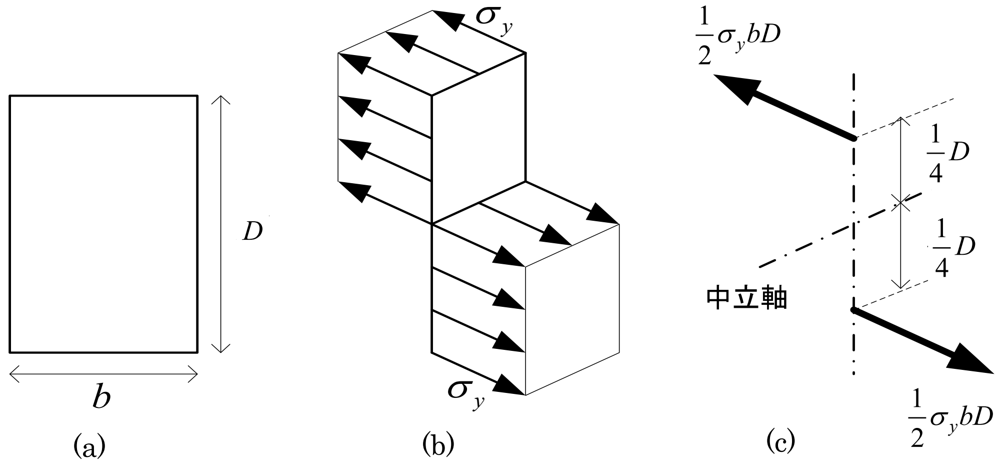

図 6 長方形断面の全塑性応力状態

断面は 2 軸対称断面であるため、図芯位置は断面積を 2 等分する位置に存在する。応力分布は図 6(b)のようになり、各方向の合力と作用点は同図(c)となる。上記応力状態で、図芯位置でのモーメントを計算することで全塑性モーメント M_P が以下のように求められる。

$$M_P = 2\frac{1}{2}\sigma_y bD \cdot \frac{1}{4}D = \frac{1}{4}\sigma_y bD^2 \qquad \cdots\cdots(19)$$

他の断面については、次回お話しする。