



## 基礎 1 2 9 話 No.2 鉄骨設計式 限界細長比と非弾性座屈

前回は、座屈現象を解析し、座屈応力と細長比の関係を求めた。今回は、この関係を詳細に分析する。

細長比が大きく、弾性座屈を生じる場合、座屈時の軸方向歪は次式で与えられる。

$$\varepsilon_E = \frac{\sigma_E}{E} = \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 \quad \dots\dots(13)$$

上式のように弾性座屈時の軸方向歪は、軸力や弾性係数とは無関係に細長比によって決まる。また、ヤング係数が比例限度内では、式(7)は成立するが、比例限度を超えると成り立たない。さらに、式(12)で与えられる応力が材の降伏応力  $\sigma_y$  を超えると、部材は塑性座屈することになる。

図4には、圧縮荷重を受ける材の座屈時の応力と細長比との関係を示し、図5は鋼材の応力と歪の関係を表す。図4では、縦軸は断面内の軸方向応力を、また横軸は細長比を表す。

比例限界応力  $\sigma_p$  とオイラー座屈荷重との交点 B を通る細長比  $\lambda_p$  は**限界細長比**といい、弾性座屈の限界を示す細長比となる。つまり、材の細長比が  $\lambda > \lambda_p$  であれば弾性座屈を起こすが、 $\lambda \leq \lambda_p$  であれば非弾性座屈を起こすことになる。限界細長比は、比例限界応力  $\sigma_p$  を式(12)に代入し、少し整理すると次式で表される。

$$\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} \quad \dots\dots(14)$$

図4で、曲線 B-C は弾性座屈を表し、その際の軸方向応力は、図3の  $\sigma_p$  より小さな値であり、一般にこの範囲の材は**長柱**と呼ばれる。曲線 A-B は、軸方向応力が  $\sigma_p$  と  $\sigma_y$  の間の応力状態で、非弾性座屈時の  $\sigma-\lambda$  関係を表し、一般にこの範囲の材は**短柱**と呼ばれる。

非弾性座屈に関する理論は、19世紀末に相次いで発表されている。例えば、Engesser による接線係数理論、Engesser-Karman による等価係数理論が有名である。前者の座屈時応力  $\sigma_t$  は、式(11)右辺のヤング係数が接線係数に、また、後者の座屈時応力  $\sigma_r$  は、柱の曲げ引張側で、除荷を考慮した等価係数を用いることで求められる。圧縮材の実挙動と両理論との関係を明確に示したのが Shanley である。

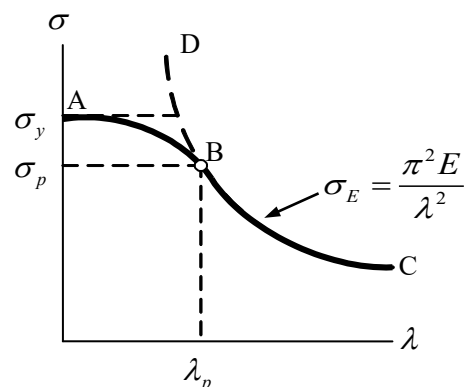


図4 中心圧縮を受ける材の座屈応力

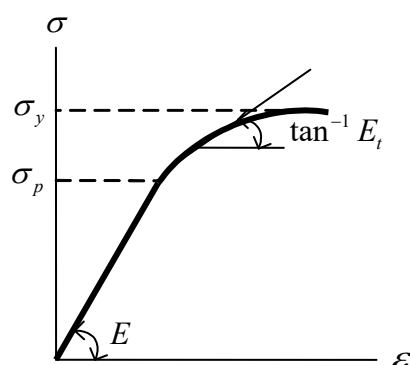


図5 鋼材の応力と歪の関係

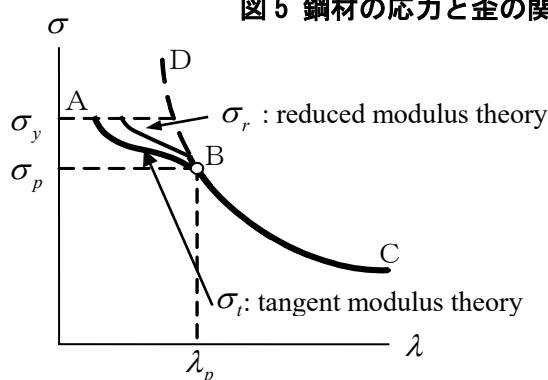


図6 接線係数理論と等価係数理論による座屈時応力

Shanley モデルは、両理論の座屈応力を上限・下限とし、実験値がその間に存在することを示した。図 6 には、接線係数理論と等価係数理論による座屈時応力が示されている。この 2 つの座屈時応力と Euler 応力との関係は、次式で与えられる。

$$\sigma_{Euler} > \sigma_r > \sigma_t \quad \dots\dots(15)$$

これら 3 つの理論の詳細については、「SPACE で学ぶ構造力学 静的解析編」を参照されたい。

多くの研究者が非弾性領域の座屈応力を実験式として提案し、現在でも各国で設計式として使われている。以下にその代表的な式を示す。

**R53 : 非弾性領域の座屈応力の実験式**

Gordon-Rankine 式 ;  $\sigma_{cr} = \frac{\sigma_y}{1+c\lambda}$

Johnson 式 ;  $\sigma_{cr} = \sigma_y - k\lambda^2$

Tetmajor 式 ;  $\sigma_{cr} = a - b\lambda$

学会規準では、基準値 F は、鉄骨降伏点の 60% か  $\sigma_y$  のどちらか小さい値を用いる。

ここで、 $\sigma_y$  は材の降伏応力、 $c, k, a, b$  は材料によって決まる係数である。

日本の建築学会規準では、比例限度応力を  $\sigma_p = 0.6F$  と定め、先に述べた限界細長比  $\Lambda$  を式(12)より次式としている。ここで、 $F$  は材の設計基準強度を表す。

$$0.6F = E\left(\frac{\pi}{\Lambda}\right)^2; \quad \Lambda = \pi\sqrt{\frac{E}{0.6F}} \quad \dots\dots(16)$$

設計用許容応力度  $f_c$  は、材の細長比が限界細長比より大きい場合、弾性座屈として Euler 式に安全率を考慮して式(19)で表され、また、限界細長比より小さい場合、非弾性であるとして、式(18)に示すように細長比に関する 2 次式で与えられている。ここで使用される安全率  $\nu$  は式(17)としている。ここでは部材が細長くなるに従って、不完全さ、つまり形状初期不整や残留応力によって、座屈荷重に与える影響が著しくなるとして、細長比の大きい領域では大きな値となっている(図 7 参照)。

$$\nu = \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2 \quad \dots\dots(17)$$

ただし、上式は  $\lambda < \Lambda$  の範囲であり、 $\lambda > \Lambda$  の場合、つまり弾性座屈については、 $\nu_\Lambda = 3/2 + 2/3 = 2.17$  の値を用いている。以下に、建築学会で使用している設計用許容応力度を示し、図 8 に細長比との関係を示す。

$\lambda < \Lambda$  に対し (非弾性)  $\lambda > \Lambda$  に対し (弾性)

$$f_c = \frac{\left\{1 - 0.4\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2\right\} F}{\nu} \quad \dots\dots(18) \quad f_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \frac{1}{\nu} = \frac{1}{\frac{3}{2} + \frac{2}{3}} \frac{0.6F\Lambda^2}{\lambda^2} = \frac{0.277F}{\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2} \quad \dots\dots(19)$$

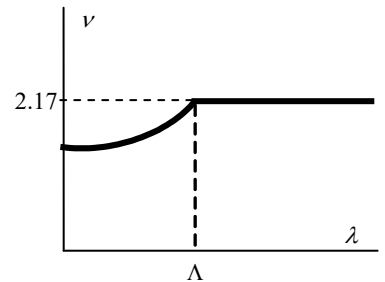


図 7 細長比と安全率

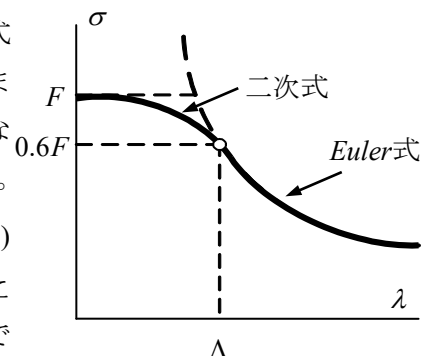


図 8 学会規準式における座屈時応力