



## 基礎 125 話 線形構造力学 まとめ

今回、これまで学んだ構造力学の中で、重要な項目をまとめておく。ここでは全て平面応力状態を仮定するが、右手右ねじの座標系と単位系を意識することが大切である。

1 : 弾性論の基礎として応力と歪の関係と変位と歪の関係がある。

線形の構造力学とは、上記 2 つの関係が線形であり、線材では軸方向応力  $\sigma_x$  と軸ひずみ  $\varepsilon_x$  のみ考える。ここで、 $u(x), v(x)$  は各々軸方向変位と軸方向に直交するたわみを表し、 $E_x$  は材料定数である。

$$\text{応力と歪の関係 : } \sigma_x = E_x \varepsilon_x$$

$$\text{変位と歪の関係 : } \varepsilon_x = \frac{du}{dx} - y \frac{d^2v}{dx^2}$$

2 : 梁理論 : ベルヌーイ・オイラー梁では、平面保持の仮定と法線保持の仮定の成立を前提としている。

3 : 断面性能と断面力

軸力と曲げを受ける部材内の応力と断面力

1 : 軸力による断面内応力は一様で  $\sigma_0$

2 : 曲げによる断面内応力は一次式で  $\sigma_b$

3 : 軸力の定義式 :  $N = \int_A \sigma_x dA$

4 : 曲げモーメントの定義式 :  $M = \int_A \sigma_x y dA$

5 : 軸力と曲げを同時に受ける断面内応力 :  $\sigma_x = \sigma_0 + \sigma_b = \frac{N}{A} + \frac{M}{I_z} y$

6 : 縁応力 :  $\sigma_t = \frac{N}{A} + \frac{M}{Z_t}$ ;  $\sigma_c = \frac{N}{A} - \frac{M}{Z_c}$

断面性能とその機能

1 :  $A = \int_A dA$  : 断面積 ; 軸方向剛性に関係

2 :  $S_z = \int_A y dA$  : 断面一次モーメント ; 図芯を求める

3 :  $I_z = \int_A y^2 dA$  : 断面二次モーメント ; 曲げ剛性に関係

4 :  $Z_t = \frac{I_z}{y_t}$ ;  $Z_c = \frac{I_z}{y_c}$  : 断面係数 ; 断面内最大応力である縁応力に関係

$y_t$  と  $y_c$  は断面内で図芯位置から断面縁までの距離

4 : 力の釣合 : 力とモーメントはベクトルであり、ベクトルは矢印で表す。静止する物体は力の釣合が常に満たされる。両方向の力の釣合とモーメントの釣合、この 3 種の釣合式がある。

5 : 図芯と中立軸 : 図芯は断面の中心で、具体的には断面一次モーメントがゼロとなる位置を表す。従って、応力の状態で変化しない。一方、中立軸は軸方向応力がゼロの位置であり、曲げモーメントと軸

力の比率によって、その位置は変化する。

- 6 : 断面内の応力分布は、梁理論では図芯に垂直な面の応力分布は軸力による一様分布、曲げによる 1 次式分布、曲げにより生じるせん断応力分布がある。図芯に対し斜めの面ではモールの応力円で考える。
- 7 : 骨組と境界：骨組モデルとは、図芯を用いて線材の構造物の形状を表す。骨組の支持状態は、固定、ピン、ローラーがある。
- 8 : 断面力による力の釣合と梁の微分方程式

1 : 断面力による力の釣合

$$1 : \text{せん断力と鉛直荷重の関係 : } \frac{dQ}{dx} = -p_w(x)$$

$$2 : \text{せん断力と曲げモーメントの関係 : } \frac{dM}{dx} = Q$$

$$3 : \text{曲げモーメントと鉛直荷重の関係 : } \frac{d^2M}{dx^2} = -p_w(x)$$

$$2 : \text{梁の微分方程式 } EI \frac{d^2v}{dx^2} = -M(x)$$

- 9 : 構造物の応力状態は、曲げモーメント図(M 図)、せん断力図(Q 図)、軸力図(N 図)で表す。
- 10 : 静定構造と不静定構造：静定構造は、断面力による力の釣合から応力状態が求められる。一方、不静定構造では、断面力の釣合と梁の微分方程式を同時に解いて応力状態を求める。
- 11 : トラスの応力解析：トラスは一般に直線材で三角形を構成、接合部はピン接合、力を受けると軸力のみ生じる。軸力分布を求める手法として節点法と切断法がある。
- 12 : 静定構造のたわみは梁の微分方程式を解く：先に曲げモーメントが求められると、梁の微分方程式を解くことで、たわみや節点変位が得られる。
- 13 : モールの定理と仮想仕事の原理：静定構造のたわみや節点の変位は、モールの定理や、仮想仕事の原理に基づく単位荷重法で求められる。
- 14 : 不静定構造の応力解析は応力分布と節点変位を同時に解いて求める。
- 15 : 高次の不静定構造物の解析では、たわみ角法、固定法、有限要素法が必要。有限要素法（直接剛性法）はコンピュータの使用を前提。
- 16 : たわみ角法：自由度が少なく座標変換を必要としない。軸方向の伸縮を考慮せず、軸力が自動的に求められない。たわみ角法の基本式は右式で与えられ、節点移動のある場合とない場合に分けられる。釣合式は節点方程式と層方程式で、最終的に連立方程式となる。
- 17 : 固定法：仮定はたわみ角法と同じである。応力状態は表形式の反復計算で求められる。節点移動のある場合は、層方程式を解く必要があるが、カーニー法は一度の反復計算で応力が求められる。

$$\begin{cases} M_{ij} = \frac{2EI}{l}(2\theta_i + \theta_j - 3R) - C_{ij} \\ M_{ji} = \frac{2EI}{l}(2\theta_j + \theta_i - 3R) + C_{ji} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{ij} = k_k(2\varphi_i + \varphi_j + \psi_k) - C_{ij} \\ M_{ji} = k_k(2\varphi_j + \varphi_i + \psi_k) + C_{ji} \end{cases}$$