



基礎 1 1 6 話 No.1 カーニー法 解析手法の解説

これまで、固定法により骨組全体がスウェイする場合に関する解析手法を学んだ。同法では各層に強制変位を与え、節点でモーメントの釣合を満たす曲げモーメント分布を求める必要がある。つまり、骨組の階層分、固定法で応力解析を行う。次に、外力との釣合を得るために、曲げモーメント分布から層方程式を作り、多層では連立方程式を解くことになる。多層・多スパンの構造物で節点移動がある場合、同法の手続きはかなり煩雑となり、固定法は現実的な手法とは言えなくなる。

上記解法の欠点を補うために、カーニー法が開発されている。同法は、何度も反復解放を行うことなく、しかも連立方程式を解くこともない。節点の不釣合モーメントを反復解放すると同時に、不釣合の層せん断力あるいは層モーメントを解放する。カーニー法は手続きが比較的簡単で、節点移動がある場合、効果的な手法となっている。ただ、正解への収束が遅く、一般に、通常の固定法では4から5回で収束するのに対し、7回以上の反復が必要となる。ここではカーニー法の原理を説明し、その後、例題を用いて同法の理解を深めることにしよう。

一般の固定法では、柱部材に部材角が生じる場合、各層で水平外力と層せん断力の釣合を得るために、層せん断力に関する連立方程式を解く必要がある。カーニー法の特徴は、この層せん断力に関する方程式を立てる代わりに、節点での不釣合モーメントの解除と同時に、層せん断力の釣合を満たしながら反復解放を行う。ここでは、この解放原理を説明しよう。

図1に示すように、任意の層で k 本の柱があり、その層に水平外力 P があると、水平方向の力の釣合より、外力 P に釣合う層せん断力 Q が発生する。この層せん断力によって層全体に部材角 R が生じ、各柱にもせん断力と曲げモーメントが現れる。最初に柱の両端を固定し、 I 層の柱の部材角を強制変位に加えると、各柱に剛比に比例するせん断力が生成される。外力に釣合う各柱のせん断力あるいは柱両端の材端モーメントは、以下のように求められる。

I 層の層せん断力 Q_I は各柱のせん断力の総和として次式で表される。

$$Q_I = -\sum (M_{ij} + M_{ji}) / h_I \quad \dots\dots (1)$$

部材 k の材端の曲げモーメントは、たわみ角法の基本式より、

$$M_{ij} = k_k (2\phi_i + \phi_j + \psi_I); \quad M_{ji} = k_k (2\phi_j + \phi_i + \psi_I) \quad \dots\dots (2)$$

層モーメントの釣合をとる方法の一つにカーニー法がある。先の節点移動のある場合より、むしろこちらの方が直感的で分かり易い。ただ、収束が遅くなるのが欠点である。

外力として、全自由度を拘束して求めた固定端モーメントと同様、水平荷重による各層の層モーメントから、当該層の柱に分担される材端モーメントを計算し、FEM欄に記入する。この操作により層モーメントの釣合が得られる。

次に、各節点での不釣合モーメントを解放する一連の操作に続いて、一つの層の部材角の拘束を解き、その層の不釣合層モーメントを解放する。層毎に順にこの操作を追加することで、固定法の反復過程でも、常に層モーメントの釣合が満たされることになる。後は、節点での不釣合モーメントが閾値以下になるまで、反復計算を継続する。

上記のように、不釣合層モーメントの解放を追加すれば、節点移動のある骨組の断面力分布が直接求められることになる。

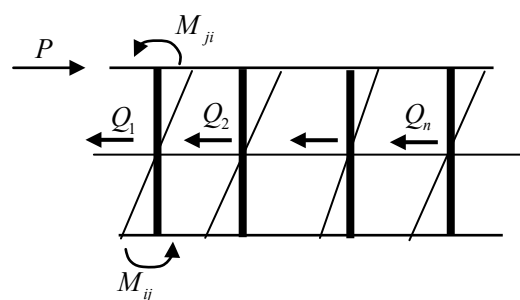


図1 各層に働くせん断力と曲げモーメント

である。上式で、柱の両端を固定し、しかも部材角が同じであるとする
と、式(1)は、式(2)より次のように簡単に表される。

$$Q_I = -2\left(\sum_{j=1}^n k_j\right) \cdot \psi_I / h_I \quad \dots\dots(3)$$

ここで、 Q_I は I 層の層せん断力であり、 ψ_I は同じく I 層の部材角、 h_I はその階高である。また、 k_j はその層に属する柱の剛比を、 n は同じく柱の数を示す。上式より、その層の部材角は次式で得られる。

$$\psi_I = -\frac{Q_I h_I}{2\left(\sum_{j=1}^n k_j\right)} \quad \dots\dots(4)$$

上式を式(2)に代入すると、両端固定柱の材端モーメントが得られる。

$$M_{ij} = -\frac{k_k}{2\left(\sum_{j=1}^n k_j\right)} Q_I h_I; \quad M_{ji} = -\frac{k_k}{2\left(\sum_{j=1}^n k_j\right)} Q_I h_I \quad \dots\dots(5)$$

図 1 のように柱頭・柱脚を固定した柱の両端の曲げモーメントは、式(5)より層モーメント、つまり、その層のせん断力と階高の積に次の分割率を掛けることで求められる。

$$DFS_i = \frac{k_k}{2\left(\sum_{j=1}^n k_j\right)} \quad \dots\dots(6)$$

両端が固定でない場合、つまり一端ピン支持の場合は以前学んだように有効剛比を用いることになる。

次に、カーニー法における反復解放の手続きを説明する。最初に、節点における分割率を計算する際、層に関する式(6)の分割率を求めておく。次に、部材荷重による基本応力を計算すると同時に、外力に釣合う層モーメントと層の分割率を用いて、各柱に生じる曲げモーメントを計算し、これを基本応力とする。これで反復前の準備段階が終了し、次に表を用いた反復処理を行う。この手続きを具体的に説明しよう。

まず、各層の水平外力による層モーメントを計算し、層の分割率を利用して、当該層の柱に基本応力として、FEM の欄に記入する。柱に部材荷重がある場合、今まで通り、上下端に該当する FEM 欄に固定端モーメントを記入する。節点分割率と同時に柱には、括弧内に層モーメントの分割率を記入する。最初に、節点の不釣合モーメントを解除する。各節点の不釣合モーメントを計算し、外力項に記入する。この不釣合モーメントは、分割率を利用して当該節点に連結している部材に分割される。さらに、その分割モーメントの 1/2 を、その部材の他端にある到達モーメントの欄に記入する。以降の説明は次回とする。

カーニー法による反復計算は次の順序で行う。特に、不釣合層モーメントの操作について理解されたい。

1：初期設定

1. 骨組の形状に合わせて表の作成、特に DS*欄の追加に注意
2. 節点毎に分割率(層分割率)を記入
3. 符号に注意して、部材荷重固定端モーメントを FEM 欄に記入
4. 水平外力と釣合う層モーメントを、層の分割率を利用して柱の固定端モーメントとして FEM 欄に記入
5. 各節点の FEM 欄の和をとり、符号を替えて外力項の FEM 欄に記入(不釣合節点モーメントの初期値となる)

2：不釣合節点モーメントの解放処理

1. 前回の DS*欄外力項の不釣合節点モーメントに分割率を掛け、分割モーメントを D*に記入
2. 各部材の他端 C*欄に 0.5×分割モーメントの値を記入

3：不釣合層モーメントの計算

各層で柱両端の D*欄と C*欄の和をとり、符号を替えて不釣合層モーメントとして C*欄外力項に記入

4：不釣合層モーメントの解放処理

各層の不釣合層モーメントを、層分割率を利用して、柱両端の DS*欄に記入して分割する

5：不釣合節点モーメントの計算

各節点で C*欄と DS*欄の和をとり、符号を変えて不釣合節点モーメントとして、DS*欄の外力欄に記入

6：収束判定

外力欄の不釣合節点モーメントが収束閾値を下回ると反復終了。収束しない場合は 2 へ戻り、収束するまで反復処理を行う。

7：最後の節点不釣合モーメントの解放

前回の DS*欄外力項の節点不釣合モーメントに分割率を掛け、分割モーメントを D*に記入

8：収束後処理

各部材で FEM 欄から最後の D*欄まで和をとり、計に記入。この値が材端モーメントとなる。