



## 基礎 105 話 No.1 節点移動の解析 部材角強制変位による固定端モーメント

付 23 話参照  
ex106\_1

今回から節点移動がある場合について、お話する。整形骨組であっても水平荷重や骨組が対称形状でない場合、荷重を受けると骨組は横移動し、柱に部材角を生じる。これをスウェイ(sway)という。その際、これまで学んだ固定法では、層せん断力が外力と釣合わず、結局、応力解析が適切でなかったことになる。今回からは柱に部材角が生じる場合、固定法では如何なる方法で対処するか、練習問題を通して学ぶことにしよう。まずは、解析手法の誘導を行う。

図 1 に示す骨組を用いて、柱に部材角が生じる場合の固定法の扱い方について説明する。まず、図 2 のように強制的に柱に部材角を生じさせ、そのとき骨組内に発生する応力を基本応力とする。この強制的に部材角を発生させるとき、他の変位である節点の回転角や他の層の部材角は拘束した状態、つまりゼロとする。このような状態で強制変位を与えると部材角を生じる部材にのみ応力が発生する。

強制的に部材角  $R$  が与えられた部材の材端モーメントは、たわみ角法の基本式より、次式で与えられる。

$$M_{ij} = \frac{2EI}{l}(-3R); \quad M_{ji} = \frac{2EI}{l}(-3R) \quad \dots\dots(1)$$

部材角  $R$  が生じると、その部材には、図 3 に示す断面力が発生する。当然、その部材に生じるせん断力は次式となる。

$$Q = -(M_{ij} + M_{ji}) / l \quad \dots\dots(2)$$

式(1)を、標準剛度  $K_0 = 2EI_0 / l_0$  を用いて、たわみ角法の基本式を変換する。つまり、剛比  $k$  を用いて基本式を表すと、

$$M_{ij} = k(\psi); \quad M_{ji} = k(\psi) \quad \dots\dots(3)$$

となる。強制変位の大きさは任意で良いが、ここでは、部材角  $\psi$  の値を次式とする。

$$\psi = -100X_1 \quad \dots\dots(4)$$

部材角  $\psi$  の値を負の値としたのは、実際の部材角  $R$  を正の値とするためである。また、100 は適当な値であるが、これは固定法を使用するために表の中で扱い易い数字とするためである。この強制変位である部材角を与えると、柱の両端に生じる材端モーメントは、式(3)より次式となる。

$$M_{ij} = -100 \cdot k \cdot X_1; \quad M_{ji} = -100 \cdot k \cdot X_1 \quad \dots\dots(5)$$

基礎 99 話で固定法の考え方について解説した。そこでは、節点モーメントの釣合は得られるが、層モーメントの釣合が得られていない。つまり、得られた断面力分布は、節点移動のない骨組では適切であるが、節点移動する骨組では、柱頭に水平方向仮想支持点が設置された状態に相当し、その支持点に反力が生じる。横移動が生じる場合、適切な断面力分布を得るためには、層モーメントの釣合を得る操作が必要となる。ここでは、層モーメントの釣合をとる方法の一つを紹介する。

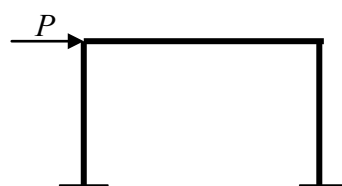


図 1 部材角が生じる骨組

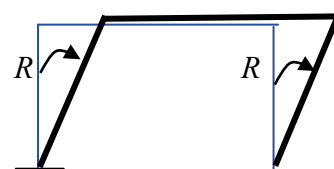


図 2 柱に強制的に部材角を生じさせる

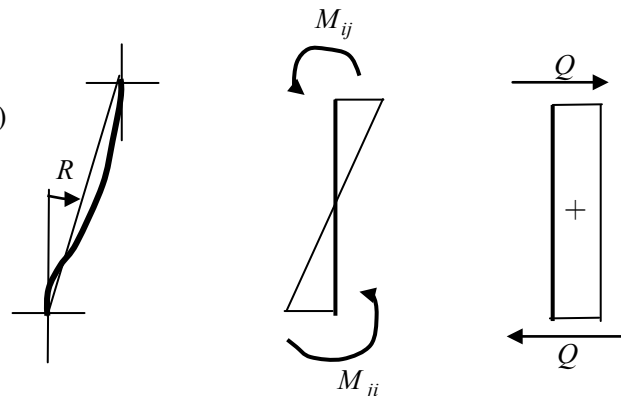


図 3 部材角によって生じる断面力

部材角  $X_1$  は未定係数であり、後で層せん断力の釣合から決定する。基本応力では材端モーメントは  $X_1 = 1$  として計算すれば良い。

基本応力が決定したところで、次にこの基本応力に対して固定法を適用し、節点でのモーメントの釣合を満たすモーメント分布を求める。この応力分布から、層せん断力と水平外力との釣合式を求め、未定係数を決定する。未定係数が決定すれば、固定法で求めた応力状態に、この未定係数を掛けた状態が実際の断面力分布となる。多少複雑な手続きを踏んで、節点移動がある場合の解析を行う必要があるが、慣れるに従って理解が進むことになる。例題を通して、これらの手続きを学ぶことにしよう。

層数  $n$  の整形骨組では、水平方向自由度は層数と同じ  $n$  である。線形代数によれば、自由度  $n$  の空間内の位置ベクトルは、 $n$  個の基底ベクトルが必要となり、その基底に係数がかかった項の線形和で表される。

従って、各層の水平変位を正確に表すためには、基底ベクトルとして、層毎に部材角を強制的に変位させた材端モーメント分布が必要となり、固定法の表を使って求める。最後に各層でそれらの線形和と外力との釣合より、係数の値を求める。これが、節点移動のある場合の解析法の基本的な考え方である。

1) 両端固定支持の門型ラーメン+柱頭水平荷重

ex106\_1

ここでは、図 4 の例題 1 を用いて節点移動がある場合に対する固定法の解析手続きを学ぶ。水平荷重を受ける固定支持された門型ラーメンの応力解析を固定法で行い、曲げモーメント図、せん断力図、及び軸力図を描く。部材の剛比は図 4 に示されているが、対称形状で逆対称荷重であることから、逆対称変形並びに逆対称応力となる。以下の手順に従って、解析を進めることにしよう。

I : 逆対称条件による部材②の有効剛比を求める

$$\bar{k}_2 = 1.5 \cdot k_2 = 1.5 \quad \dots\dots(6)$$

II : 節点 2 における分割率を計算する

節点 2 における分割率は、梁の有効剛比を用いて、

$$\left. \begin{aligned} DF_c &= \frac{1.5}{1.5+1.5} = 0.5 && \text{: 柱の分割率} \\ DF_b &= \frac{1.5}{1.5+1.5} = 0.5 && \text{: 梁の分割率} \end{aligned} \right\} \dots\dots(7)$$

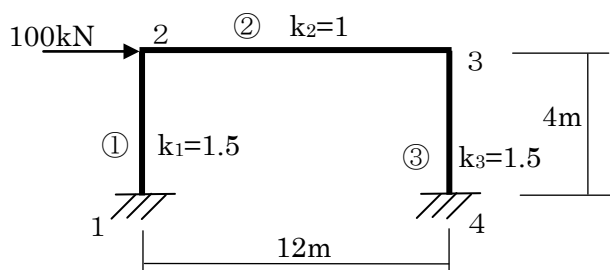


図 4 例題 1 両端固定支持の骨組

III : 柱に強制変位、つまり部材角を与えたとき、柱に生じる固定端モーメントを計算する

部材角による材端モーメントは、 $\psi = -100X_1$  とすると、

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= -100 \cdot k = -150 \\ M_{21} &= -100 \cdot k = -150 \end{aligned} \right\} \dots\dots(8)$$

となる。ただし、ここでは、 $X_1 = 1$  としている。

後は、表形式で固定法を適用し、柱に強制変位を与えたときに生じる骨組の材端モーメントを求める。この材端モーメントより柱に生じるせん断力を求め、さらに柱頭を切断し、上部を囲む閉曲線内で、水平方向釣合を考える。つまり、水平外力と釣合う柱のせん断力を求めるわけである。これらの解析手順は次回お話しする。