



基礎 101 話 No.5 固定以外の境界有効剛比

付 21 話参照
ex102_1

今回も固定法の説明の続きであり、固定支持以外の支持条件の与え方や、骨組と荷重の状態で、対称条件や逆対称条件が成立する場合に対する解析方法を学習する。これらの条件は、固定法では**有効剛比**という考え方で全て処理しており、非常に有効な方法である。ここでは、これらの基本的な考え方について述べ、各種の条件に対する有効剛比を導く。また、演習を通して、固定法の解析手順をより深く理解する。

境界条件が固定支持以外の場合について考察しよう。固定以外の境界条件として次の 3 種類が考えられる。

1. ピン支持 ; 2. 対称条件 ; 3. 逆対称条件

これら 3 種類の条件をどのように扱うのかについて、たわみ角法を応用して考える。

一端ピン支持部材を固定法では如何に扱うのか、説明しよう。ここでは、図 6 の骨組を例として用いる。この骨組は、十字型の形状をしており、4 つの部材が 1 つの節点で剛に接合し、他の節点では 1 本の部材 (①部材はピン支持) を除いて、固定支持されている。さらに、接合節点 i には、モーメント荷重 \bar{M}_i が加わっているものとする。

この骨組に関するたわみ角法の基本式は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{1i} &= 0; & M_{i1} &= k_1(1.5\varphi_i) \\ M_{2i} &= k_2(\varphi_i); & M_{i2} &= k_2(2\varphi_i) \\ M_{3i} &= k_3(\varphi_i); & M_{i3} &= k_3(2\varphi_i) \\ M_{4i} &= k_4(\varphi_i); & M_{i4} &= k_4(2\varphi_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots(18)$$

図 7 に示す構造物では、部材①は他端ピン支持であり、また節点 i に繋がる他の部材の他端は全て固定支持である。これらの部材では、骨組の形状から分かるように部材角は生じないし、また部材に中間荷重もない。

この骨組で、節点 i におけるモーメントの釣合は次式で与えられる。

$$M_{i1} + M_{i2} + M_{i3} + M_{i4} = \bar{M}_i \quad \dots\dots(19)$$

ここで、 \bar{M}_i は節点 i に加わるモーメント外力である。上式に、式 (18) を代入すると、次式が得られる。

$$k_1(1.5\varphi_i) + k_2(2\varphi_i) + k_3(2\varphi_i) + k_4(2\varphi_i) = \bar{M}_i \quad \dots\dots(20)$$

ここで、一端ピン支持部材の剛比を $\bar{k}_1 = 3k_1 / 4$ とすると、節点 i の回転角 φ_i は次式となり、他の部材と同じ形式で表される。この剛比 \bar{k}_1 は有効

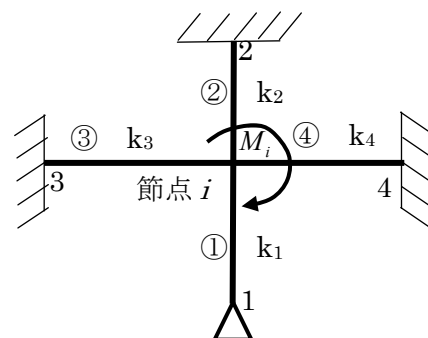


図 7 一端ピン支持部材を含む骨組 (ピン支持による有効剛比)

剛比と呼ばれる。

$$\varphi_i = \frac{\bar{M}_i}{2(\bar{k}_1 + k_2 + k_3 + k_4)} = \frac{\bar{M}_i}{2\sum k_m} \quad \dots\dots(21)$$

上式の右辺項の分母は、その節点に集まる部材の剛比の和を表し、ここでは、一端ピン部材の有効剛比も含まれる。

式(21)は、一端ピンのような特殊な部材を含んでいても、有効剛比の考え方をを用いると、通常の方法で固定法が利用できることを示す。無論、一端ピンでは、到達モーメントはゼロとなる。

次に、対称境界や逆対称境界という特殊な境界も、有効剛比を利用することで通常の固定法で扱うことができることを示す。まず、対称境界の剛比について説明する。たわみ角法の基本式で対称条件は、 $\varphi_i = -\varphi_j$ であることから、基本式は次式で表される。

$$M_{ij} = k(\varphi_i); \quad M_{ji} = -k(\varphi_i) \quad \dots\dots(22)$$

従って、有効剛比は $\bar{k} = k/2$ とすれば良い。

次に、逆対称について検討する。逆対称条件は、 $\varphi_i = \varphi_j$ として与えられる。たわみ角法の基本式は、次式となり、

$$M_{ij} = k(3\varphi_i); \quad M_{ji} = k(3\varphi_i) \quad \dots\dots(23)$$

対称境界と同様に、有効剛比は $\bar{k} = 3k/2$ とすれば良いことになる。

以上をまとめると、有効剛比は次の表で与えられる。

R49：境界条件による有効剛比

部材の一端が次の状態であるとき、有効剛比を用いて分割率を計算する

	一端ピン	対称境界	逆対称境界
有効剛比	3k/4	k/2	3k/2

図 8 に示す例題を用いて有効剛比の使い方を学ぶ。

2) 両端ピン支持の門型ラーメン+等分布荷重

ex102_1

端部がピン支持された門型ラーメンの応力解析を、固定法を用いて行い、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を描く。ここでは、骨組は対称形状で対称荷重であるため、対称応力・対称変形となる。当然節点移動はない。

部材の剛比は、図 8 に示されているが、ここで、部材①と③は、支持端がピンであるため、一端ピンの有効剛比 $\bar{k}_1 = \bar{k}_3 = 3 \cdot 2 / 4 = 1.5$ を用いる。部材 2 における基本応力は次式で与えられる。後は次回お話しする。

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{Pl^2}{12} = \frac{10 \cdot 12 \cdot 12}{12} = 120kNm \\ M_0 &= \frac{Pl^2}{8} = 1.5C = 180kNm; \quad Q_0 = \frac{PL}{2} = 60kN \end{aligned} \right\} \dots\dots(24)$$

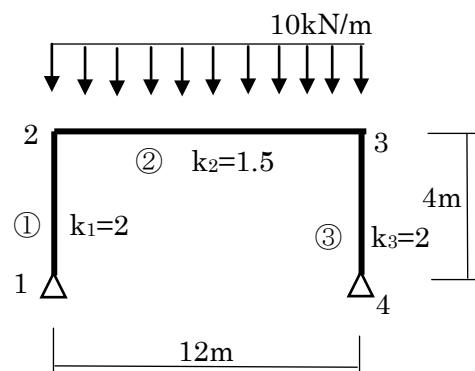


図 8 例題 1 のピン支持門型ラーメン