基礎１００話 No.4　両端固定の連梁＋右梁の中央集中荷重

付 21 話参照
ex75_1

今回も固定法の説明の続きであり、例題の解析を行う。

節点 2 における部材①と②の分割率は、次式で与えられる。

$$DF_1 = \frac{1}{1+1} = 0.5; \quad DF_2 = \frac{1}{1+1} = 0.5 \qquad \cdots\cdots(11)$$

次に、固定法を用いるために表を作成する。ここでは、固定端モーメン C の値を 100 として計算する。

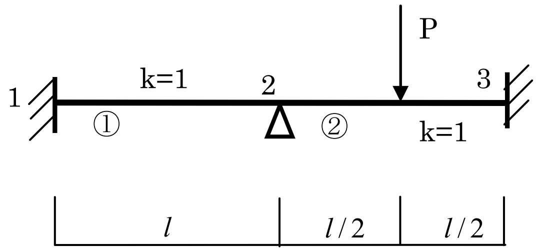

図 4 両端固定支持の連梁

表 4 両端固定支持の連梁に関する固定法の表

	右梁	左梁	右梁	外力	左梁
DF		0.5	0.5		
FEM	0	0	−100	100	100
D1		50	50		
C1	25	0	0	0	25
計	25	50	−50		125

上記の固定法の解析では、表から分かるように一回の分割と到達で不釣合モーメントが解消している。数値で得られた材端モーメントを、固定端モーメントの値 C に戻す。結果、材端モーメントは以下となる。

$$M_{12} = C/4; \quad M_{21} = C/2; \quad M_{23} = -C/2; \quad M_{32} = 5C/4 \qquad \cdots\cdots(12)$$

中間荷重が加わっている部材②では、得られた応力状態と両端固定の状態とを重ね合わせる必要がある。ただし、表中で得られる材端モーメントには、固定端モーメントである FEM の値を既に含んでいる。これは、梁端部で両端固定の応力状態を足し込んだことに相当する。従って部材荷重がある場合、この状態に単純梁の応力状態を加えれば良い。

部材②の中央の曲げモーメントは以下のように得られる。

$$M_c = M_0 - \frac{1}{2}(M_{32} - M_{23}) = 2C - \frac{1}{2}(\frac{5C}{4} + \frac{C}{2}) = \frac{9}{8}C \qquad \cdots\cdots(13)$$

材端モーメントと部材②の中央の曲げモーメントから、図 5 に示す曲げモーメント図及びせん断力図が得られる。

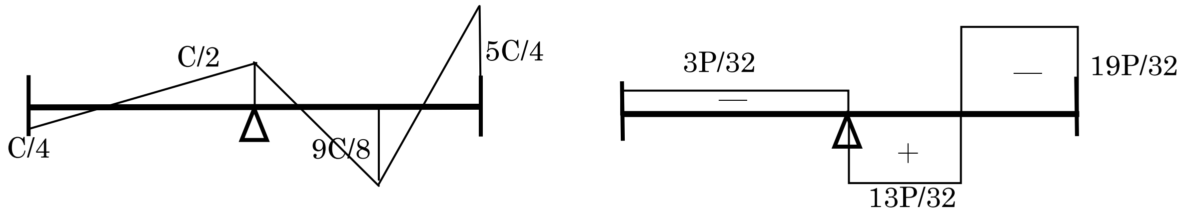

図 5 曲げモーメント図とせん断力図

部材①と②のせん断力は、曲げモーメントより次のように求められる。

$$
\left.\begin{aligned}
Q_1 &= -(M_{21}+M_{12})/l = -(\frac{C}{2}+\frac{C}{4})/l = -\frac{3C}{4l} = -\frac{3P}{32}\\
Q_{2L} &= -(-\frac{9C}{8}-\frac{C}{2})/0.5l = \frac{13C}{4l} = \frac{13P}{32}\\
Q_{2R} &= -(\frac{5C}{4}+\frac{9C}{8})/0.5l = -\frac{19C}{4L} = -\frac{19P}{32}
\end{aligned}\right\} \cdots(14)
$$

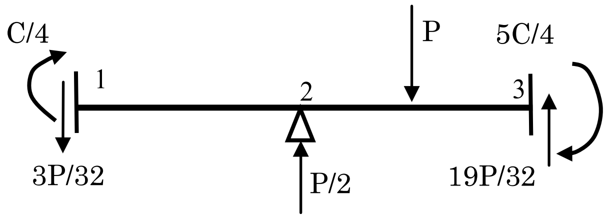

図 6　外力と反力の釣合

図 5 に示す曲げモーメント図とせん断力図から反力が求められる。この反力と外力を図 6 に示す。同図から理解できるように、上下方向の力の釣合は満たされている。モーメントの釣合は、節点 1 におけるモーメントを考えると、

$$\frac{C}{4}+\frac{5C}{4}+1.5Pl-\frac{Pl}{2}-\frac{2l\cdot 19P}{32} = Pl(\frac{6}{32}+\frac{48}{32}-\frac{16}{32}-\frac{38}{32}) \to 0 \qquad \cdots(15)$$

となり、満足することが分かる。

次に、この骨組唯一の変位である回転角 φ_2 を求めてみよう。ここで、回転角と外力との関係である式(7)の $\varphi_i = \bar{M}_i / 2\sum k_i$ を思い起こそう。節点回転角 φ_2 は、外力と不釣合モーメントを打ち消す外力を、その節点に集まる部材剛比の総和の 2 倍で割った値で求められる。ただし、この外力は、収束段階で常に生じるので表中の外力の項を全て足し込んで求めることになる。この例題では、反復計算は 1 回であることから、φ_2 は次式で与えられる。

$$\varphi_2 = \frac{\bar{M}_2}{2\sum k_i} = \frac{C}{2(1+1)} = \frac{C}{4} \qquad \cdots\cdots(16)$$

実際の回転角 θ_2 は､標準剛度による変数変換より､次式で与えられる。

$$\theta_2 = \frac{\varphi_2}{K_0} = \frac{l}{2EI_b}\frac{C}{4} = \frac{Cl}{8EI_b} \qquad \cdots\cdots(17)$$

以上で、固定法による骨組の応力解析は終了である。たわみ角法より単純で理解し易いことが分かる。特に節点移動のない場合、未知回転角の数が多くなっても、十分に手計算で解析可能である。コンピュータのない昔では、長期荷重は固定法を使用し、短期荷重では D 値法を使用して実務の応力解析を行っていた。現在では、無論、コンピュータによるマトリックス法を用いている。

以下に固定法の特徴をまとめる。

R48：固定法の特徴

１：　曲げモーメントの釣合状態を表により、変位を介さず直接求める
２：モーメントの釣合状態は、節点の拘束と解放を順次繰り返すことで求める
３：たわみ角法のように釣合式が連立方程式にならず、手計算に適している
４：たわみ角法の仮定と同じで、部材軸方向の変位を無視している
５：DF:分割率といい、その節点における剛比の割合を表す