



付8話 基本構造の応用による応力解析  
逆対称条件による門型ラーメン(基礎37話)

ex37\_1; ex37\_2

今回は基本構造を少し変更した両端ピン支持の門型ラーメンの応力解析を行い、2つの例題を用いて解析解と比較する。

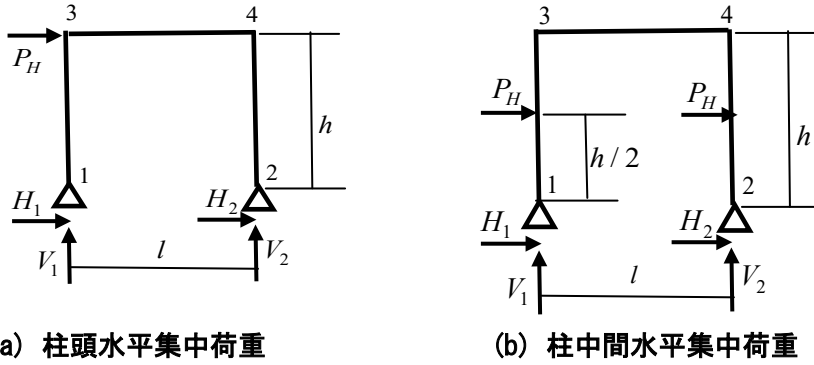


図1 両端ピン支持門型ラーメン

1: 図1(a)に示す逆対称条件を用いた門型ラーメン(ex37\_1)

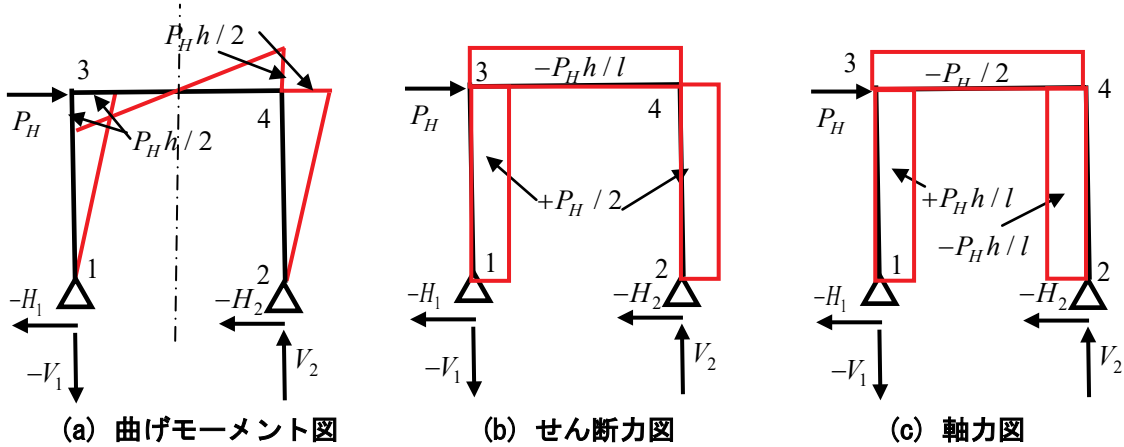


図2 逆対称荷重を受ける門型ラーメンの断面力図

骨組の形状は、スパン  $l=6m$ 、階高  $h=3m$  で、柱頭水平荷重  $P=10kN$  とする。SPACE による解析結果を以下に示す。

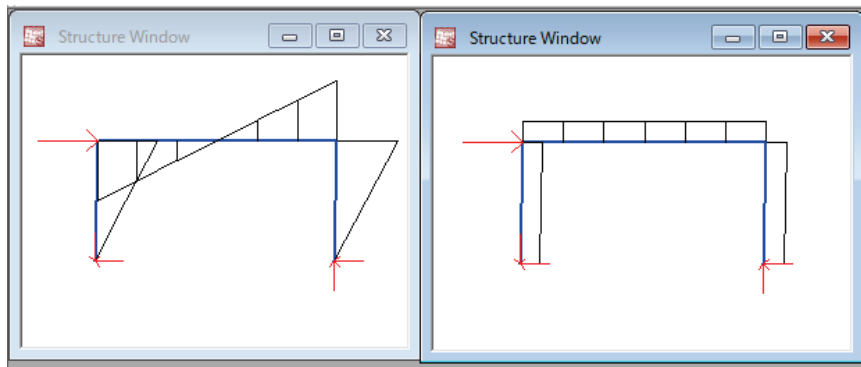


図4 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

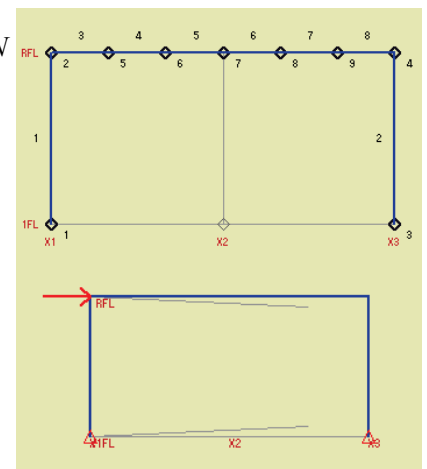


図3 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

理論解である代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

$$M_3 = P_H h / 2 = 10 \cdot 3 / 2 = 15 \text{ kNm}; Q_c = P_H h / l = 10 \cdot 3 / 6 = 5 \text{ kN}$$

$$Q_b = -P_H h / l = -10 \cdot 3 / 6 = -5 \text{ kN}; N_c = P_H h / l = 5 \text{ kN}$$

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	<u>5.0000</u>	0.0000	<u>-5.0000</u>	0.0000	0.0000	0.0000
		5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	<u>-1500.0014</u>	0.0000
2	1	-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	-5.0000	0.0000	-1499.9986	0.0000
3	1	<u>-5.0000</u>	0.0000	<u>5.0000</u>	0.0000	-1500.0014	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1000.0014	0.0000
4	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1000.0014	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-500.0014	0.0000
5	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-500.0014	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-0.0014	0.0000
6	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-0.0014	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	499.9986	0.0000
7	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	499.9986	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	999.9986	0.0000
8	1	-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	999.9986	0.0000
		-5.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1499.9986	0.0000
節点番号	u (cm)	v (cm)	w (cm)	θ x	θ y	θ z	
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.32968116E-02	0.00000000E+00	
2	<u>0.68160313E+00</u>	0.00000000E+00	-0.44812382E-05	0.00000000E+00	0.22240821E-03	0.00000000E+00	
3	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.32968046E-02	0.00000000E+00	
4	0.68160158E+00	0.00000000E+00	-0.69615789E-05	0.00000000E+00	0.22240695E-03	0.00000000E+00	
5	0.68160290E+00	0.00000000E+00	-0.12360694E-01	0.00000000E+00	0.37071793E-04	0.00000000E+00	
6	0.68160266E+00	0.00000000E+00	-0.98899892E-02	0.00000000E+00	-0.74130134E-04	0.00000000E+00	
7	0.68160236E+00	0.00000000E+00	-0.58159831E-05	0.00000000E+00	-0.11119759E-03	0.00000000E+00	
8	0.68160212E+00	0.00000000E+00	0.98783784E-02	0.00000000E+00	-0.74130556E-04	0.00000000E+00	
9	0.68160188E+00	0.00000000E+00	0.12349146E-01	0.00000000E+00	0.37070953E-04	0.00000000E+00	

第 58 話で学ぶ「仮想仕事の原理 単位荷重法」を用いて、柱頭の水平変位を求めてみよう。この項は、第 58 話から 60 話を学んだあとから、再度、学習すると良い。

SPACE で用いた部材の断面特性は以下のようなものである。部材 1 が梁、部材 2 が柱の断面特性を表す。

	E	G	A	Ix	Iy	Iz
1 1	<u>0.2050E+05</u>	0.7900E+04	0.9500E+05	0.4684E+02	<u>0.3290E+05</u>	0.1870E+04
2 1	<u>0.2050E+05</u>	0.7900E+04	0.5900E+05	0.5662E+04	<u>0.3570E+04</u>	0.3570E+04

柱の曲げモーメント関数は

$$M(x) = P \cdot x / 2; \quad \bar{M}(x) = x / 2$$

節点 5-4 間の梁の曲げモーメント関数は

$$M(x) = P \cdot xh / l; \quad \bar{M}(x) = xh / l$$

従って、柱頭の水平変位は、

$$\delta = 2\left\{\int_0^h \frac{M\bar{M}}{EI_c} dx + \int_0^{l/2} \frac{M\bar{M}}{EI_b} dx\right\} = 2\left\{\frac{P}{4EI_b} \int_0^h x^2 dx + \frac{P}{EI_b} \left(\frac{h}{l}\right)^2 \int_0^{l/2} x^2 dx\right\}$$

$$= 2\left\{\frac{P}{4EI_b} \frac{h^3}{3} + \frac{Ph^2}{EI_b} \frac{l}{3 \cdot 8}\right\} = \frac{Ph^2}{3} \left(\frac{1}{K_c} + \frac{1}{2K_b}\right) \leftarrow K_c = \frac{2EI_c}{h}; K_b = \frac{2EI_b}{l}$$

まず、柱と梁の曲げ剛性は

$$K_c = \frac{2EI_c}{h} = \frac{2 \cdot 20500 \cdot 3570}{300} = 487900; K_b = \frac{2EI_b}{l} = \frac{2 \cdot 20500 \cdot 32900}{600} = 2248167$$

となり、従って、柱頭の水平変位は次式となる。

$$\delta = \frac{Ph^2}{3} \left(\frac{1}{K_c} + \frac{1}{2K_b}\right) = \frac{10 \cdot 300^2}{3} \left(\frac{1}{487900} + \frac{1}{2 \cdot 2248167}\right) = 0.6816\text{cm}$$

2 : 図 1 (b) に示す逆対称条件を用いた門型ラーメン(ex37\_2)

柱の中間部に水平荷重が加わった場合の応力解析について、数値計算により検証を行う。理論解による断面力図を以下に示す。

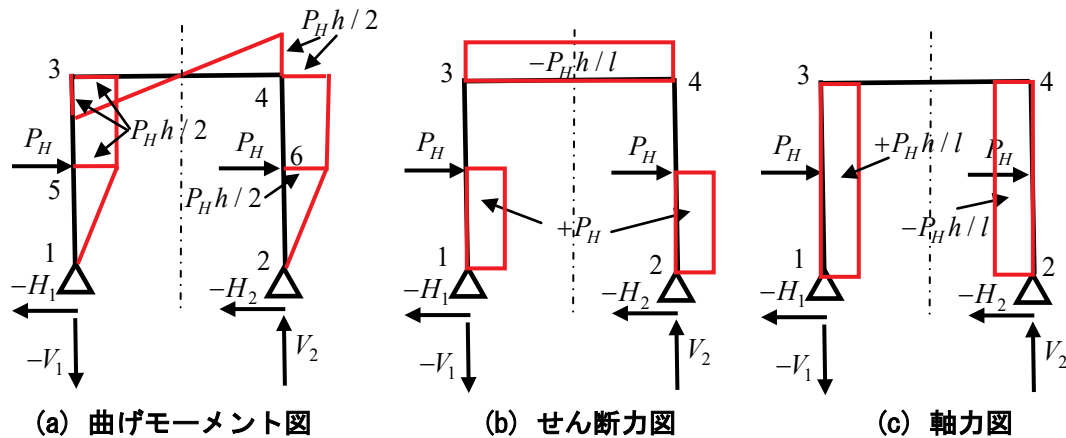


図 5 柱中間部に逆対称荷重を受ける門型ラーメンの断面力図

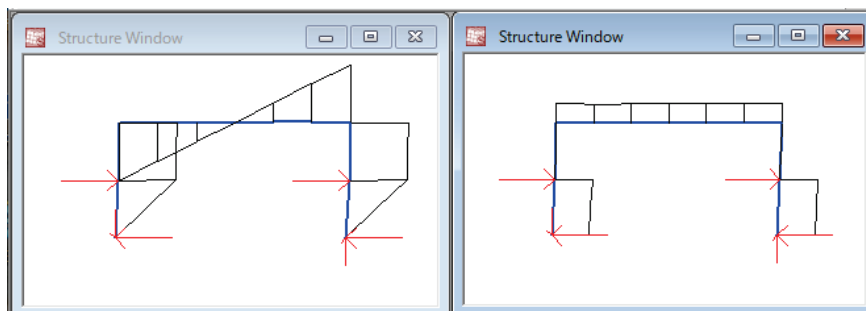


図 7 SPACE で求めた曲げモーメント図とせん断力図

骨組の形状は、スパン  $l=6m$ 、階高  $h=3m$  で、柱中間部水平荷重  $P=10kN$  とする。理論解の代表的な曲げモーメントとせん断力は次のとおりである。

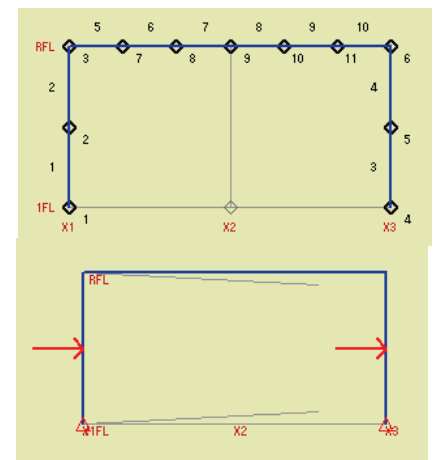


図 6 解析モデルの節点番号と部材番号及び荷重と支持状態

$$M_5 = P_H h / 2 = 10 \cdot 3 / 2 = 15 \text{ kNm}; Q_c = P_H = 10 \text{ kN}$$

$$Q_b = -P_H h / l = -10 \cdot 3 / 6 = -5 \text{ kN}; N_c = P_H h / l = 5 \text{ kN}$$

SPACE による解析結果を以下に示す。

部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	<b>5.0001</b>	0.0000	<b>-10.0000</b>	0.0000	0.0000	0.0000
		5.0001	0.0000	-10.0000	0.0000	<b>-1500.0000</b>	0.0000
2	1	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
		5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	<b>-1500.0000</b>	0.0000
3	1	<b>-4.9999</b>	0.0000	<b>-10.0000</b>	0.0000	0.0000	0.0000
		-4.9999	0.0000	-10.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
4	1	-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
		-5.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-1500.0000	0.0000
5	1	0.0000	0.0000	<b>5.0000</b>	0.0000	-1500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1000.0000	0.0000
6	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-500.0000	0.0000
7	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	-500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
8	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	0.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	500.0000	0.0000
9	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	500.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
10	1	0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1000.0000	0.0000
		0.0000	0.0000	5.0000	0.0000	1500.0000	0.0000
節点番号	u (cm)	v (cm)	w (cm)	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$	
1	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.56264554E-02	0.00000000E+00	
2	0.76710832E+00	0.00000000E+00	-0.58190631E-05	0.00000000E+00	0.40892554E-02	0.00000000E+00	
3	<b>0.11499165E+01</b>	0.00000000E+00	-0.84122939E-05	0.00000000E+00	0.10148548E-02	0.00000000E+00	
4	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.00000000E+00	0.56264554E-02	0.00000000E+00	
5	0.76710832E+00	0.00000000E+00	-0.70592400E-05	0.00000000E+00	0.40892554E-02	0.00000000E+00	
6	0.11499165E+01	0.00000000E+00	-0.10892648E-04	0.00000000E+00	0.10148548E-02	0.00000000E+00	
7	0.11499165E+01	0.00000000E+00	-0.56389417E-01	0.00000000E+00	0.16914590E-03	0.00000000E+00	
8	0.11499165E+01	0.00000000E+00	-0.45113713E-01	0.00000000E+00	-0.33827941E-03	0.00000000E+00	
9	0.11499165E+01	0.00000000E+00	-0.96524645E-05	0.00000000E+00	-0.50742121E-03	0.00000000E+00	
10	0.11499165E+01	0.00000000E+00	0.45094408E-01	0.00000000E+00	-0.33827941E-03	0.00000000E+00	
11	0.11499165E+01	0.00000000E+00	0.56370113E-01	0.00000000E+00	0.16914592E-03	0.00000000E+00	

SPACE で用いた部材の断面特性は以下のものである。部材 1 が梁、部材 2 が柱の断面特性を表す。

	E	G	A	I <sub>x</sub>	I <sub>y</sub>	I <sub>z</sub>
1 1	<b>0.2050E+05</b>	0.7900E+04	0.4600E+05	0.9870E+01	<b>0.7210E+04</b>	0.5080E+03
2 1	<b>0.2050E+05</b>	0.7900E+04	0.5900E+05	0.5662E+04	<b>0.3570E+04</b>	0.3570E+04

読者は、図 1(a)の例に従って、「仮想仕事の原理 単位荷重法」を用いて、このモデルの柱頭の水平変位を求めてみよう。答えは上の節点 3 の水平変位として示されている。